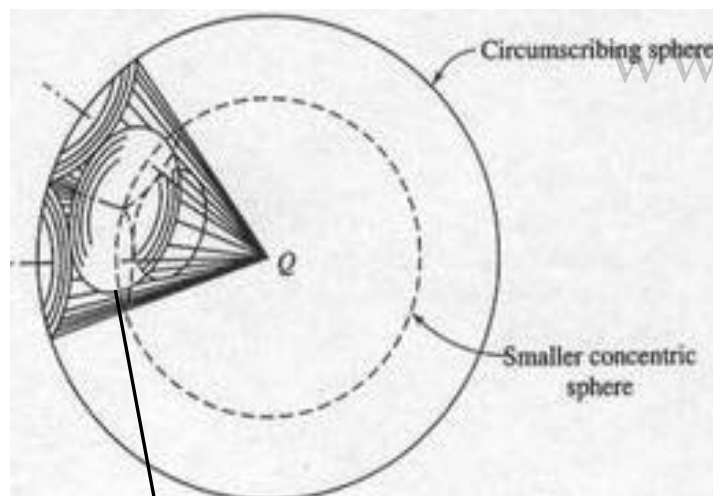


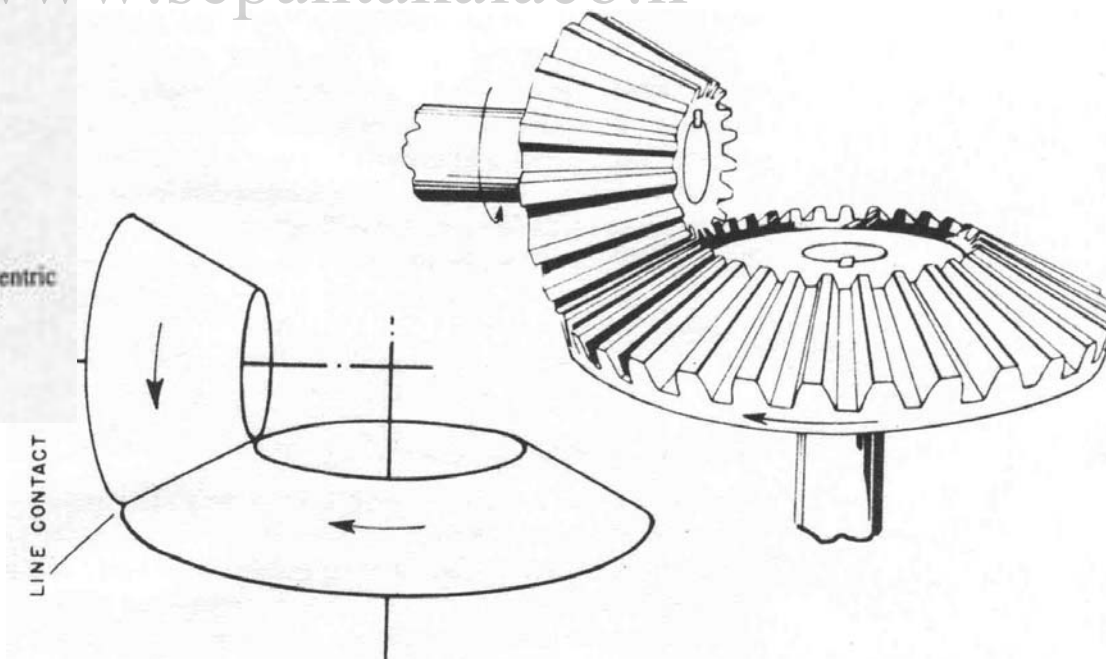
چرخ دنده‌های مخروطی (Bevel Gears)

1

- برای جاهایی که محورهای چرخ دنده‌ها متقاطع هستند، چرخ دنده‌های مخروطی متداول‌ترین نوع چرخ دنده‌ها هستند.
- در چرخ دنده‌های مخروطی، سطح تماس دندانه‌ها خطی در محل تماس دو مخروط ناقص (مخروط گام) است.
- راس (apex) دو مخروط ناقص در محل قطع دو محور قرار می‌گیرد.
- در غالب موارد، دو انتهای مخروط‌های ناقص، به جای اینکه مسطح باشند، بخشی از یک کره هستند.

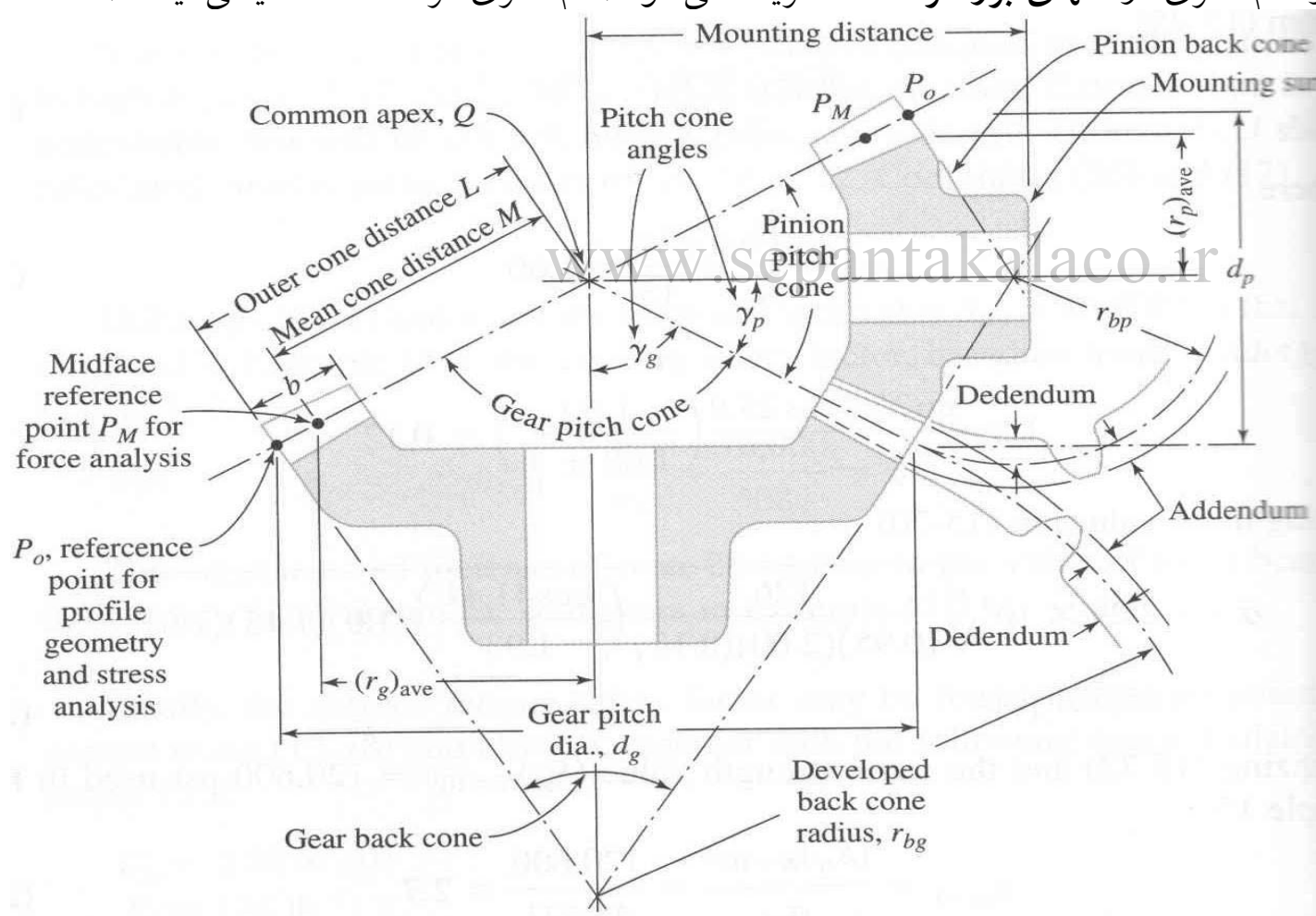


تقاطع مخروط
با دو کره



هندسه چرخ دنده‌های مخروطی

- قطرهای مختلف چرخ دنده‌ها باعث ایجاد زوایای مخروط مختلفی می‌شود.
- جمع دو زاویه مخروط، زاویه بین محورها را تشکیل می‌دهد (غالباً دو محور بر هم عمودند).
- به علت مخروطی بودن دندانه‌ها، گام دندانه‌ها در شعاع‌های مختلف، متفاوت است.
- گام دایره‌ای و گام قطری در انتهای بزرگتر دندانه تعریف می‌شود. (گام قطری الزاماً عدد صحیحی نیست)



$$p_c = \frac{\pi d_g}{N_g} = \frac{\pi d_p}{N_p}$$

$$P_d = \frac{N_p}{d_p} = \frac{N_g}{d_g}$$

تعداد دندانه‌های مجازی (Virtual) چرخ‌دنده‌های مخروطی

– گاهی در بررسی چرخ‌دنده‌های مخروطی، چرخ‌دنده را معادل یک چرخ‌دنده ساده با شعاع مخروط پشتی (back cone) در نظر می‌گیرند.

- یال مخروط پشتی، بر یال مخروط چرخ‌دنده عمود هستند.

- از هندسه چرخ‌دنده‌های مخروطی :

$$r_{bg} = \frac{d_g / 2}{\sin(90 - \gamma_g)} = \frac{d_g}{2 \cos \gamma_g}$$

$$N'_g = d_{bg} P_d = \frac{d_g}{\cos \gamma_g} P_d = \frac{N_g}{\cos \gamma_g}$$

$$N'_P = \frac{N_P}{\cos \gamma_P}$$

چند مشخصه چرخ دنده های مخروطی

– نسبت چرخ دنده ها : (هندسه چرخ دنده های مخروطی)

$$m_G = \frac{N_g}{N_p} = \frac{r_g}{r_p} = \tan \gamma_g = \cot \gamma_p$$

– عرض یا رخ (Face) چرخ دنده :

- برای ساخت دقیق، عرض دندانه باید نسبت به یال مخروط چرخ دنده کوچک باشد:

$$b \leq 0.3L = 0.3 \left(\frac{d}{2 \sin \gamma} \right)$$

- همچنین برای تماس در عرض چرخ دنده :

$$b \leq (10 / P_d)$$

$$b \leq 10m$$

– مقادیر عملی برای گام قطری :

$$1 < P_d < 64$$

ایجاد شکل دندانه مخروطی

- ساخت چرخ دنده‌های مخروطی نسبتاً پیچیده است :
- به صورت تئوری، ایجاد شکل دقیق چرخ دنده مخروطی فقط با ابزاری که به صورت نقطه‌ای براده برداری کند، ممکنست.
 - در عمل ایجاد دندانه توسط ابزارهای منحنی شکل و یا خطی انجام می‌شود و چند روش برای تولید این چرخ دنده‌ها وجود دارد که قدری با هم تفاوت دارند. (برای دیدن جزئیات به Dudley Handbook و مراجع دیگر مراجعه کنید).
 - یک چرخ دنده مخروطی قابلیت کار کردن با چرخ دنده‌های دیگر با هر تعداد دندانه را ندارد. (برعکس دندانه‌های ساده و مارپیچ)
 - حداقل تعداد دندانه برای جلوگیری از تداخل در جدول زیر آمده است:

TABLE 15.19 Minimum Number of Bevel Gear Teeth¹ to Avoid Interference Between Standard 20° Full-Depth Pinion and Mating Bevel Gears of Various Sizes

Number of Bevel Pinion Teeth	Minimum Number of Mating Bevel Gear Teeth
16	16
15	17
14	20
13	31

ابعاد هندسی استاندارد چرخ‌دنده‌های مخروطی

- ارتفاع سر دندانه (addendum) و پای دندانه (dedendum) بستگی به تعداد دندانه دارد.
- معمولاً پینیون دارای ارتفاع سر بزرگتر و چرخ‌دنده بزرگتر، دارای ارتفاع سر کمتری است.
- یک زوج چرخ‌دنده مخروطی به صورت مکمل یکدیگر ساخته می‌شوند.

TABLE 15.18 Tooth Proportions¹ for Standard Full-Depth Straight Bevel Gears with 90° Shaft Angle (U.S. units)

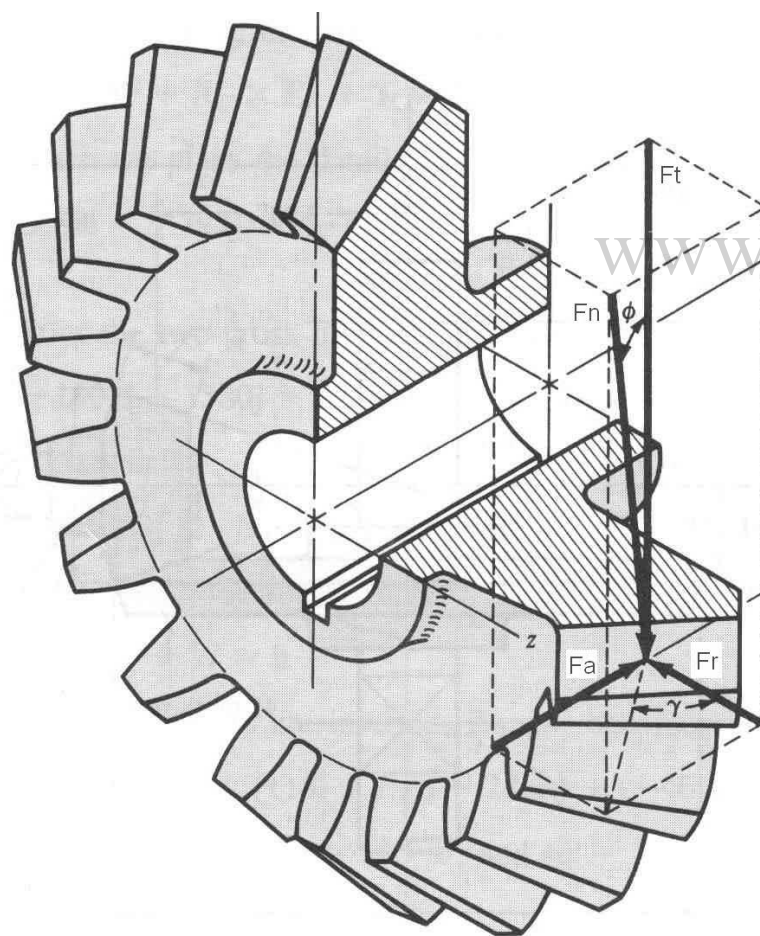
Pressure angle	20°
Working depth	$2.000/P_d$
Whole depth	$(2.188/P_d) + 0.002(\text{min})$
Clearance	$(0.188/P_d) + 0.002(\text{min})$
Gear addendum	$[0.540 + 0.460(N_p/N_g)^2]/P_d$
Pinion addendum	$(2.000/P_d) - [0.540 + 0.460(N_p/N_g)^2]/P_d$
Gear dedendum	$[(2.188/P_d) + 0.002(\text{min})] - [0.540 + 0.460(N_p/N_g)^2]/P_d$
Pinion dedendum	$[(0.188/P_d) + 0.002(\text{min})] - [0.540 + 0.460(N_p/N_g)^2]/P_d$
Circular thickness	(see ref. 25)

¹Defined at larger end of tooth; see, for example, ref. 26.

بررسی نیرویی چرخ دنده‌های مخروطی

- نیروی عمل کننده بین دو دندانه در امتداد عمود مشترک دو دندانه (خط عمل) قرار دارد. (نیروی عمودی F_n)
- به علت مخروطی بودن دندانه‌ها، نیروی عمودی F_n مولفه‌ای نیز در جهت محور چرخ دنده (F_a) خواهد داشت.
- فرض می شود نیروی بین دو چرخ دنده در شعاع متوسط چرخ دنده r_{av} عمل می کند:

$$r_{av} = r - \frac{b}{2} \sin \gamma$$
(هندسه چرخ دنده‌های مخروطی)



- نیروی منتقل شده (transmitted) را از توان و سرعت متوسط چرخ دنده حساب می کنیم.

- سپس مولفه‌های محوری F_a و شعاعی F_r را از روی F_t بدست می آوریم.

$$F_t = \frac{33000(hp)}{V_{ave}}, \quad V_{ave} = \frac{2\pi(r_p)_{ave} n_p}{12} \text{ (ft/min)}$$

$$SI: \quad F_t = \frac{P}{V_{ave}}, \quad V_{ave} = (r_p)_{ave} \omega$$

$$F_r = F_t \tan \phi \cos \gamma$$

$$F_a = F_t \tan \phi \sin \gamma$$

گشتاور چرخ دنده‌ها

— اشاره شد که :

- دایره گام، گام دایره‌ای، گام قطری یا مدول دندانه : در انتهای بزرگتر دندانه
- نیروهای عمل کننده : در وسط دندانه

— برای جلوگیری از اشتباهات در محاسبات نیرویی، روابط تنش خمشی را بر حسب گشتاور (به جای F_t) می‌نویسند :

$$T = F_t r_{ave} = F_{to} \left(\frac{d}{2} \right)$$

where T = torque on gear induced by power and speed requirements of the application

F_t, r_{ave} = tangential force and radius referred to *midface* reference point P_M

$F_{to}, \frac{d}{2}$ = virtual tangential force and standard pitch radius of gear referred to *tooth end* reference point P_o at larger (outer) end of the tooth

— می‌توان گشتاور را مستقیماً از روی توان انتقالی هم محاسبه کرد :

$$T_p = \frac{63025(hp)}{n_p}$$

hp = horsepower

n_p = pinion speed, rpm

$$SI : T = \frac{P}{\omega}$$

طراحی چرخ‌دنده‌های مخروطی

– روابط تنش خمشی و تنش سطحی AGMA برای این چرخ‌دنده‌ها، هم مشابه چرخ‌دنده‌های ساده و مارپیچ است، با تفاوت‌هایی به علت:

- شکل مخروط دندانه
 - استفاده از گشتاور انتقال داده شده به جای نیروی منتقل شده
- رابطه تنش خمشی:

$$\sigma_b = \frac{2T_p P_d}{d_p b J} K_a K_v K_m$$

P_d = diametral pitch (defined at larger ends of teeth)

T_p = pinion torque, in-lb

d_p = pinion pitch diameter (defined at larger ends of teeth)

b = face width, inch

J = bevel gear geometry factor for tooth bending (includes adjustments to account for conically inclined and tapered teeth, load sharing, location of most critical loading, stress concentration, and standard practice of defining P_d and d_p at larger ends of teeth). See Figure 15.44 for numerical values

K_a = application factor (see Table 15.6)

K_v = dynamic factor (see Figure 15.24)

K_m = bevel gear mounting factor (see Figure 15.43)

– برای در نظر گرفتن هندسه دندانه:

- شکل مخروطی دندانه، محل بحرانی اعمال بار، تحمل بار توسط چند دندانه، تمرکز تنش

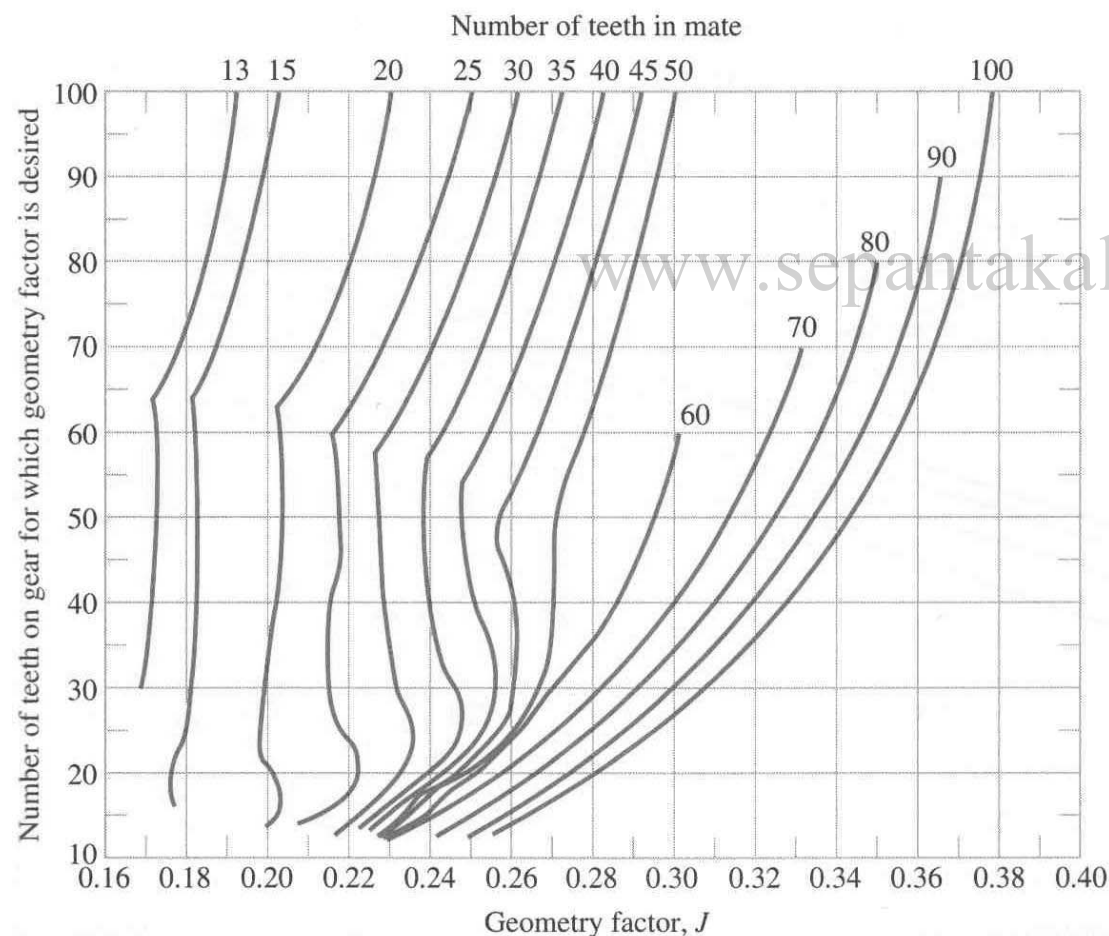
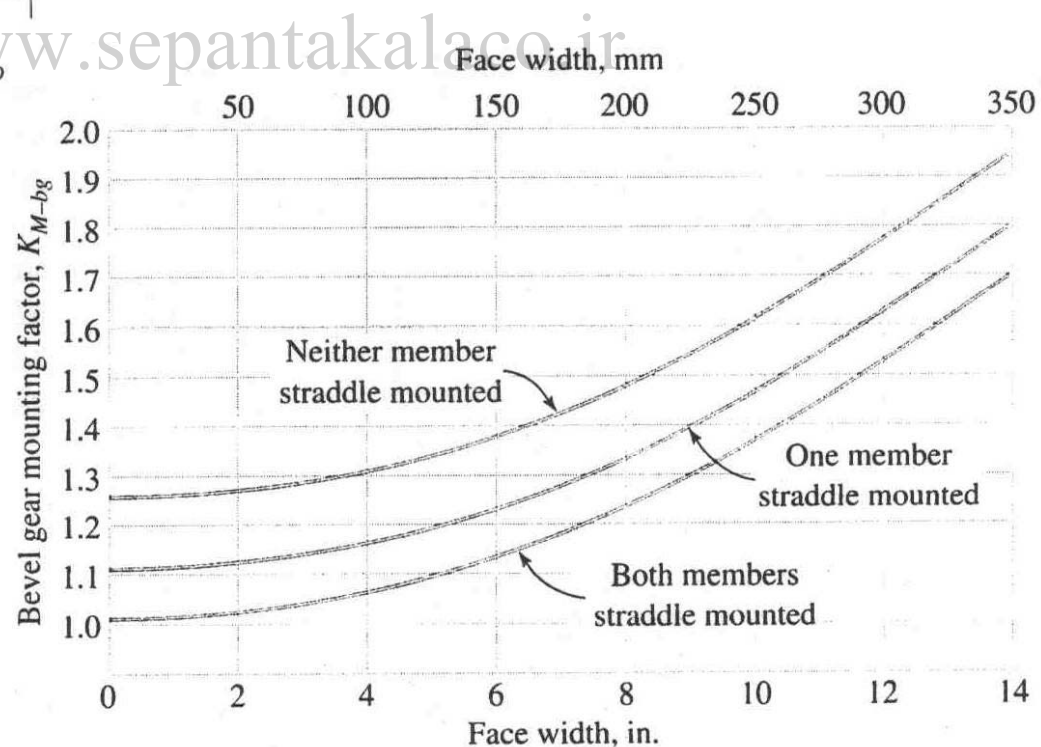
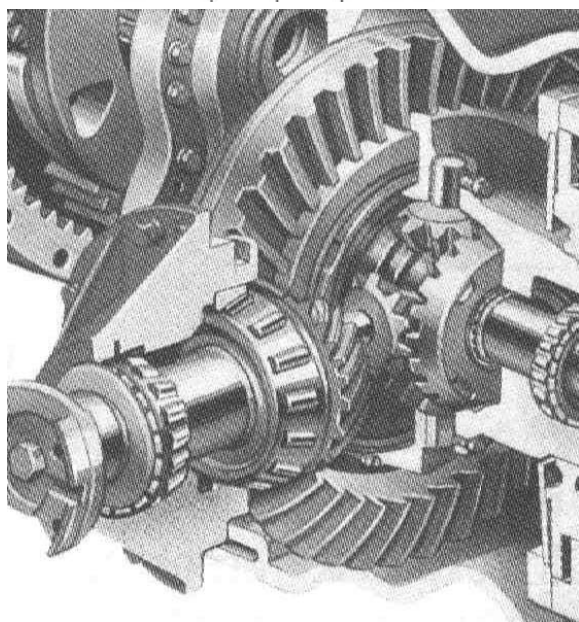
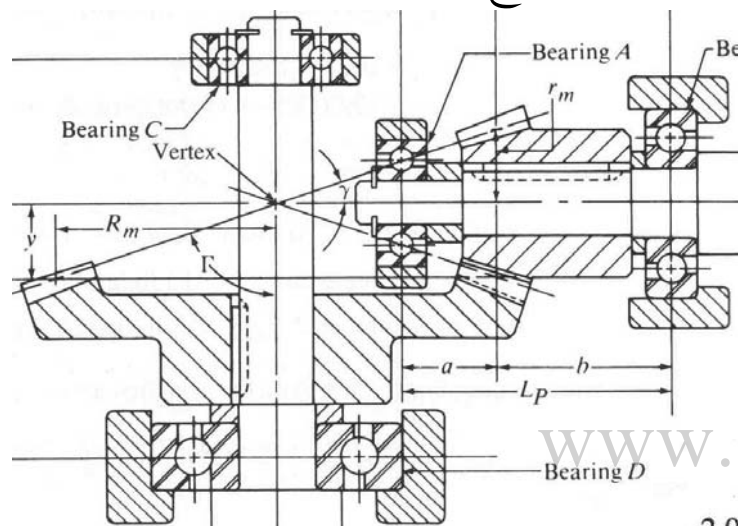


Figure 15.44

Geometry factor J (for tooth bending) for 20° Coniflex® straight bevel gears (90° shaft angle). (From ref. 27. Adapted from ANSI/AGMA Standard 2003-B97, with the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.)

ضرب نصب

— مقدار ضرب نصب: بستگی به طرز نصب محوره‌های چرخ دنده‌ها به صورت دوطرفه (straddle) یا یک طرفه دارد.



تنش سطحی چرخ‌دنده‌های مخروطی

– رابطه تنش سطحی:

$$\sigma_{sf} = (C_p)_{bevel} \sqrt{\frac{2T_p}{bd_p^2 I} K_a K_v K_m}$$

– ضریب الاستیک ($\sqrt{3/2}$ برابر شده):

$$(C_p)_{bevel} = \sqrt{\frac{3}{2\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right)}}$$

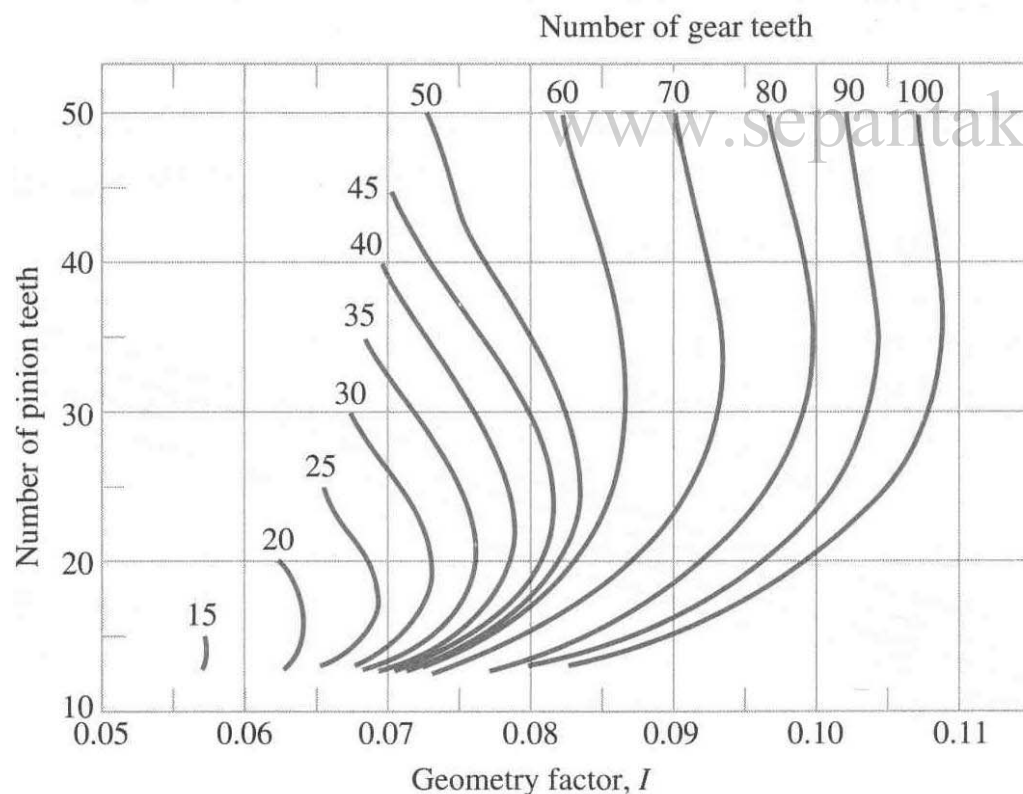


Figure 15.45

Geometry factor I (for surface fatigue durability) for 20° Coniflex® straight bevel gears (90° shaft angle). (From ref. 27. Adapted from ANSI/AGMA Standard 2003-B97, with the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.)

مراحل طراحی چرخ‌دنده‌های مخروطی

- بیشتر مراحل شبیه مراحل طراحی چرخ دنده ساده است، با تفاوت های زیر:
- استفاده از قطرهای پیشنهادی زیر برای دایره گام پنیون (در خستگی خمشی و سطحی)

Figure 15.46

Approximate pinion pitch diameter requirement as a function of applied pinion torque and gear reduction ratio for 20° Coniflex® straight bevel gears, based on *tooth bending fatigue* (90° shaft angle).

(From ref. 23. Adapted from ANSI/AGMA Standard 2005-C96, with the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.)

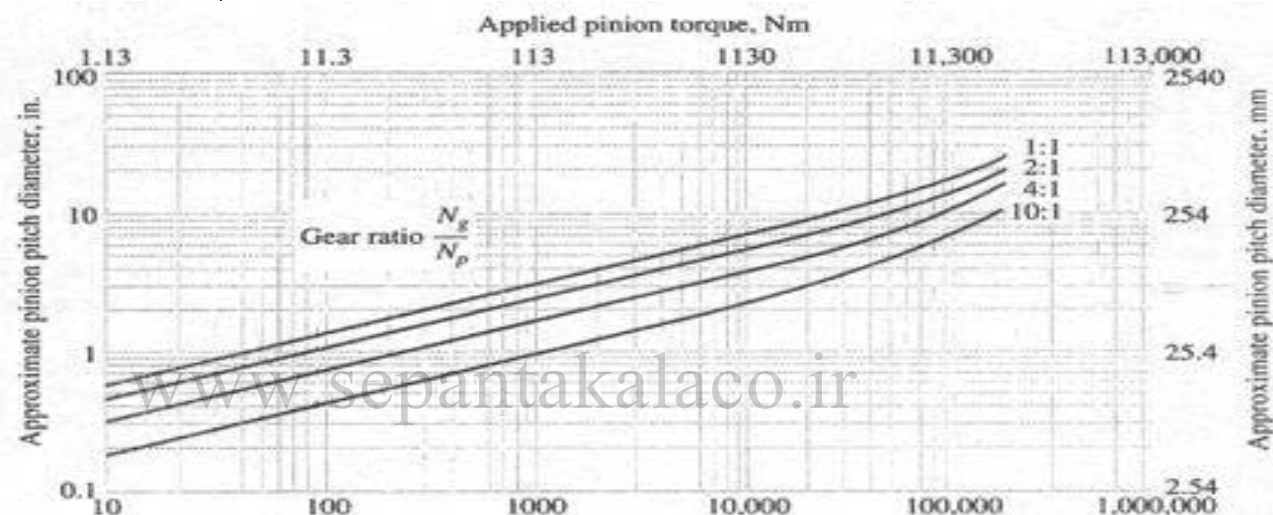
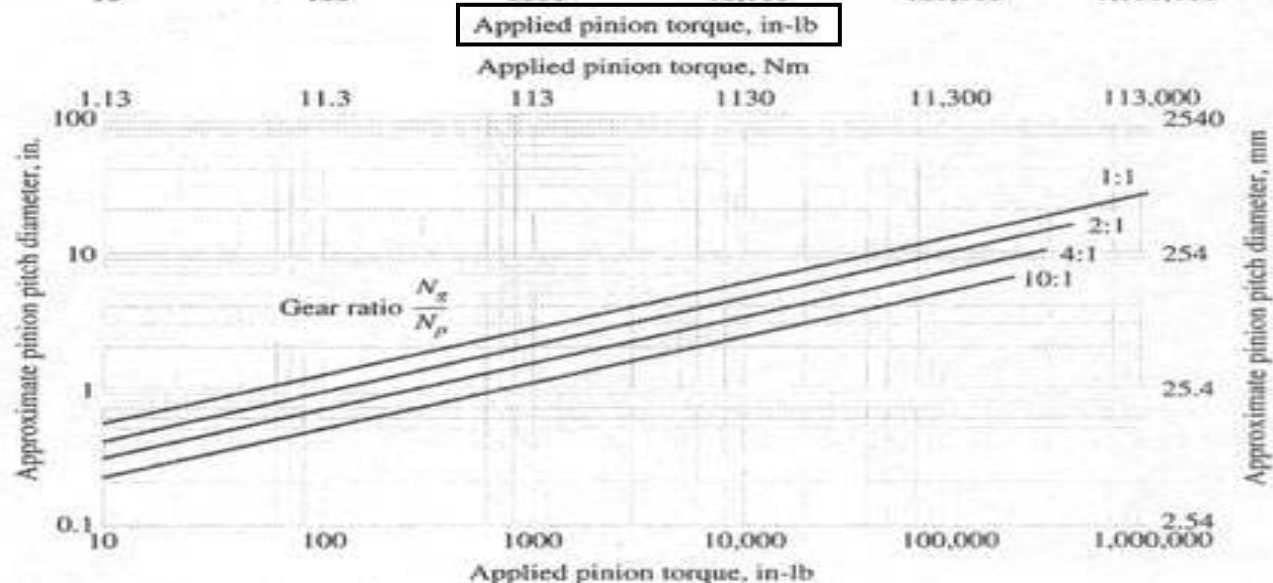


Figure 15.47

Approximate pinion pitch diameter requirement as a function of applied pinion torque and gear reduction ratio for 20° Coniflex® straight bevel gears, based on *surface fatigue durability* (90° shaft angle).

(From ref. 23. Adapted from ANSI/AGMA Standard 2005-C96, with the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.)



مراحل طراحی چرخ‌دنده‌های مخروطی (ادامه)

- برای چرخ دنده‌های مخروطی، گام قطری می‌تواند عددی غیر صحیح بین ۱ تا ۶۴ باشد (در سیستم متریک، مدول می‌تواند غیر روند باشد).
- بر اساس قطر گام پنیون، تعداد دندانه‌های پیشنهادی برای پنیون در شکل زیر ارائه شده است.

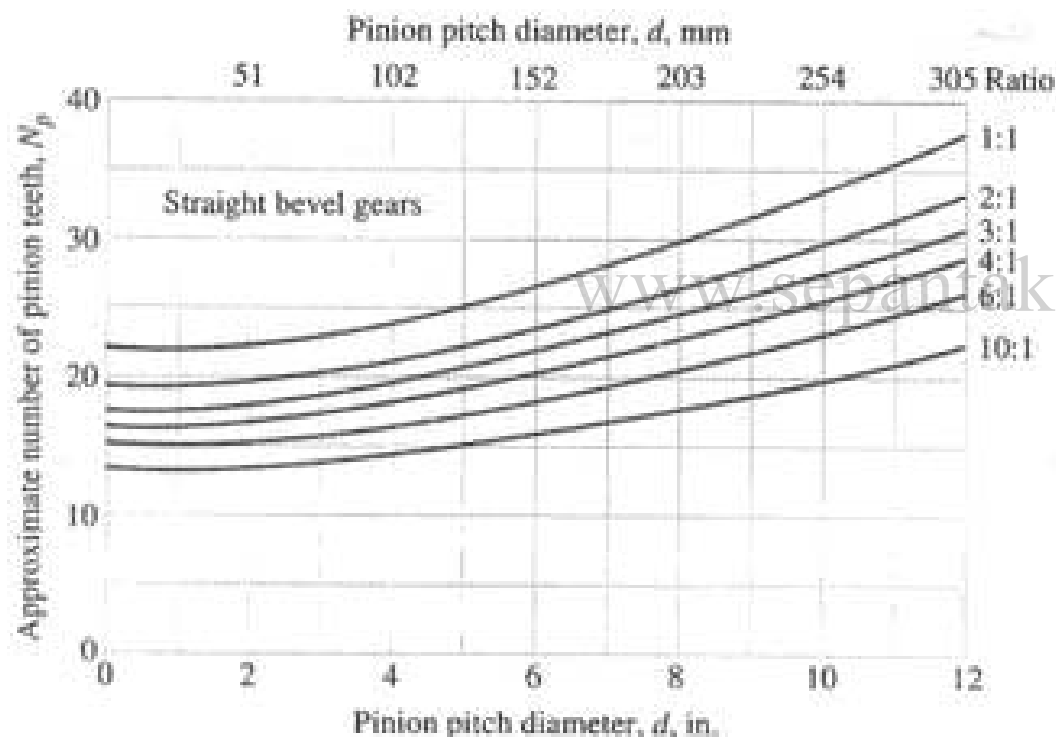


Figure 15.48

Recommended number of pinion teeth as a function of pinion pitch diameter and gear reduction ratio for 20° Coniflex® straight bevel gears (90° shaft angle). (From ref. 23. Adapted from ANSI/AGMA Standard 2005-C96, with the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.)