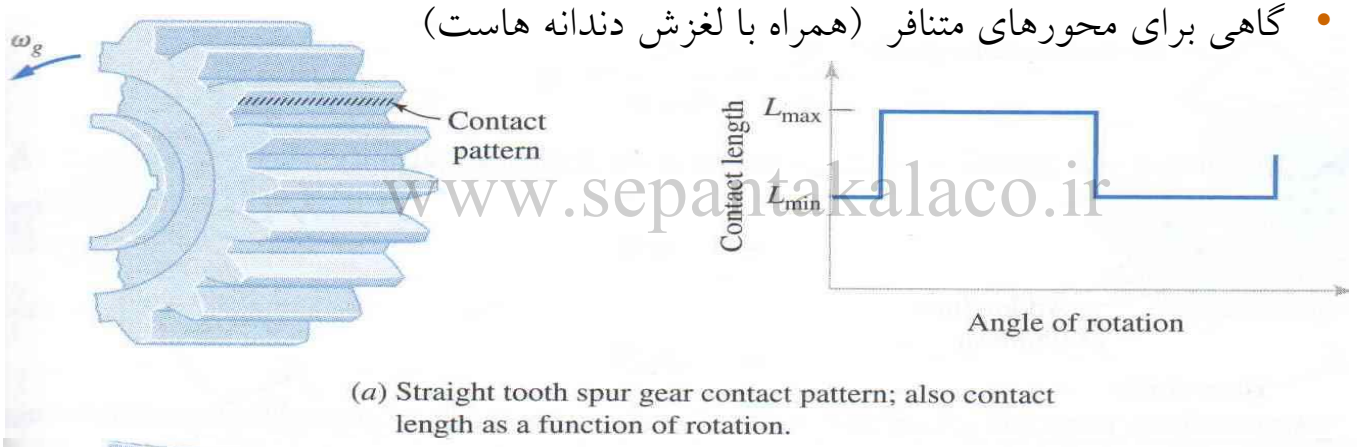
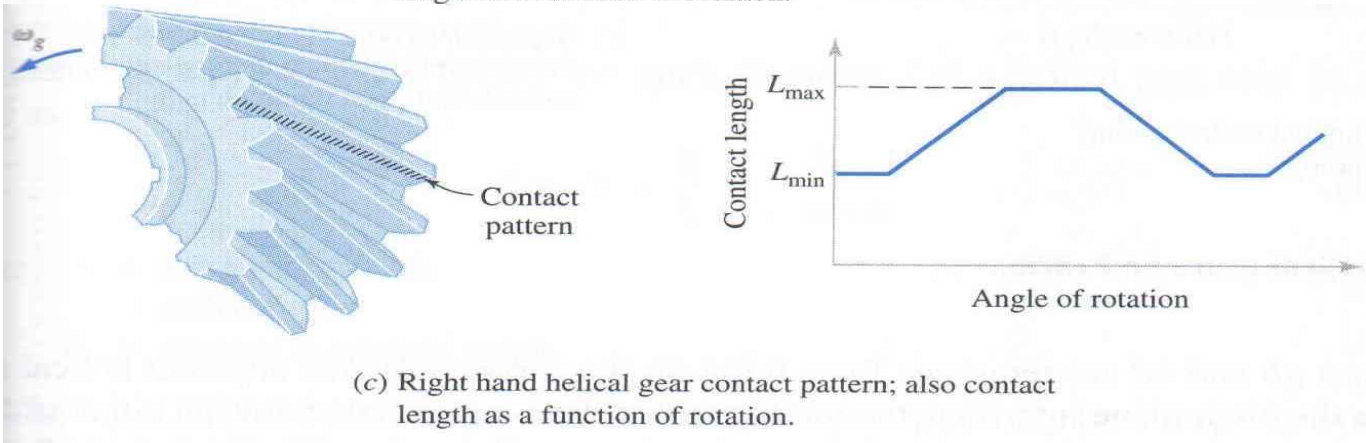
چرخ‌دنده‌های مارپیچ (Helical Gear)

- به منظور انتقال قدرت بیشتر و نرم‌تر بین دو محور از چرخ‌دنده‌های مارپیچ استفاده می‌شود.
- سطح تماس دو چرخ‌دنده بیشتر شده و درگیری دندانه‌ها و جدا شدن آن‌ها تدریجی است.
- چرخ‌دنده‌های مارپیچی:
  - بیشتر برای انتقال قدرت بین محورهای موازی
  - گاهی برای محورهای متنافر (همراه با لغزش دندانه هاست)



(a) Straight tooth spur gear contact pattern; also contact length as a function of rotation.



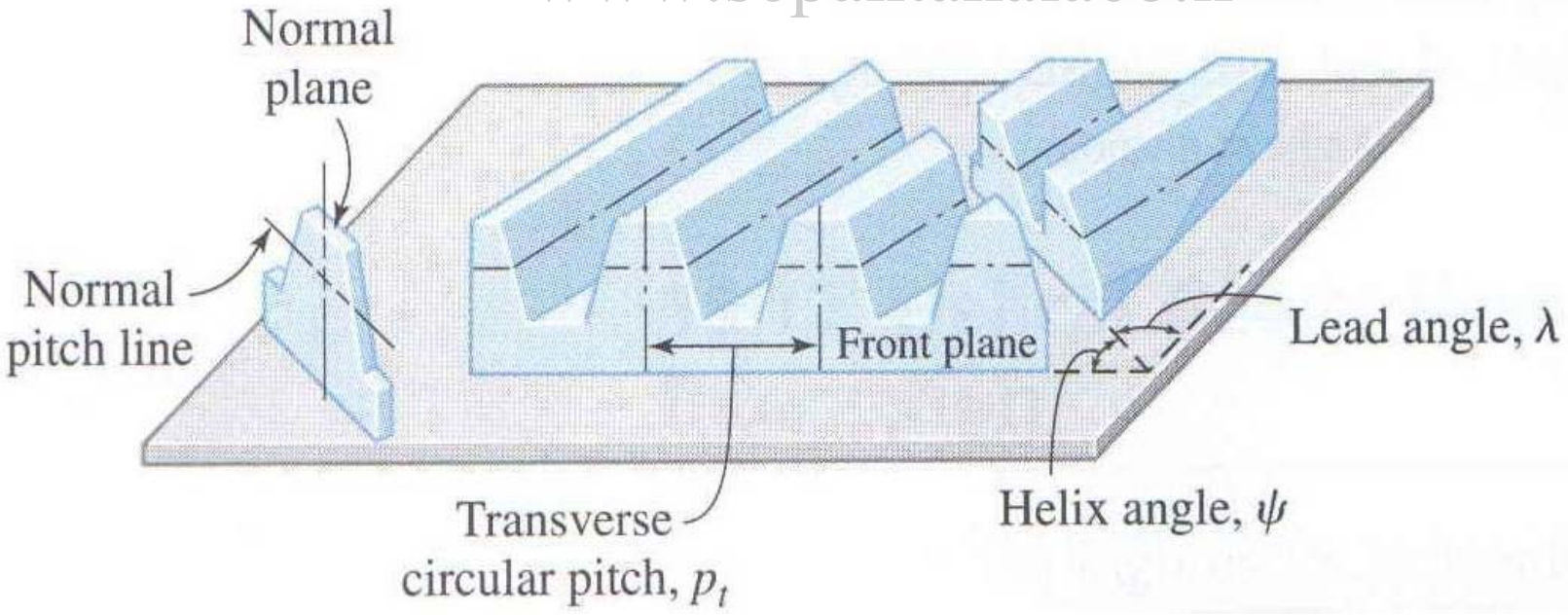
(c) Right hand helical gear contact pattern; also contact length as a function of rotation.

www.sepantakalaco.ir

هندسه دندانه‌های مارپیچ

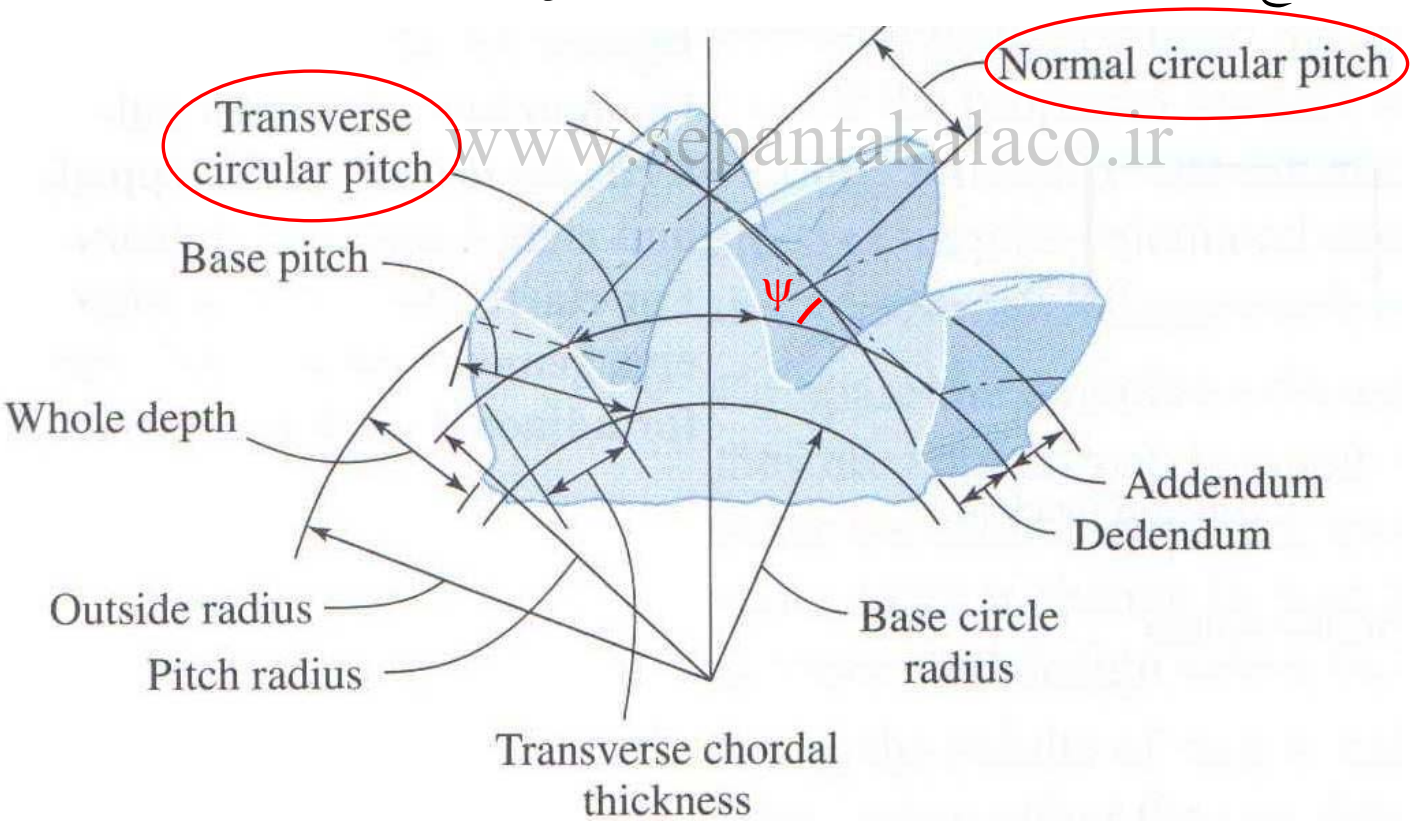
- چرخ‌دنده‌های مارپیچ شبیه چرخ‌دنده‌های ساده،
  - تفاوت: امتداد دندانه‌ها با امتداد محور چرخ‌دنده زاویه (زاویه مارپیچ ψ) می‌سازند. (چرخ‌دنده ساده $\psi=0$)
- دو صفحه‌ی مهم در چرخ‌دنده‌های مارپیچ :
  - صفحه عمودی (Normal plane) : صفحه عمود بر امتداد دندانه‌ها
  - صفحه مایل یا اریب (Transverse plane) یا صفحه جلو (Front plane) : صفحه عمود بر محور چرخ‌دنده

www.sepantakalaco.ir



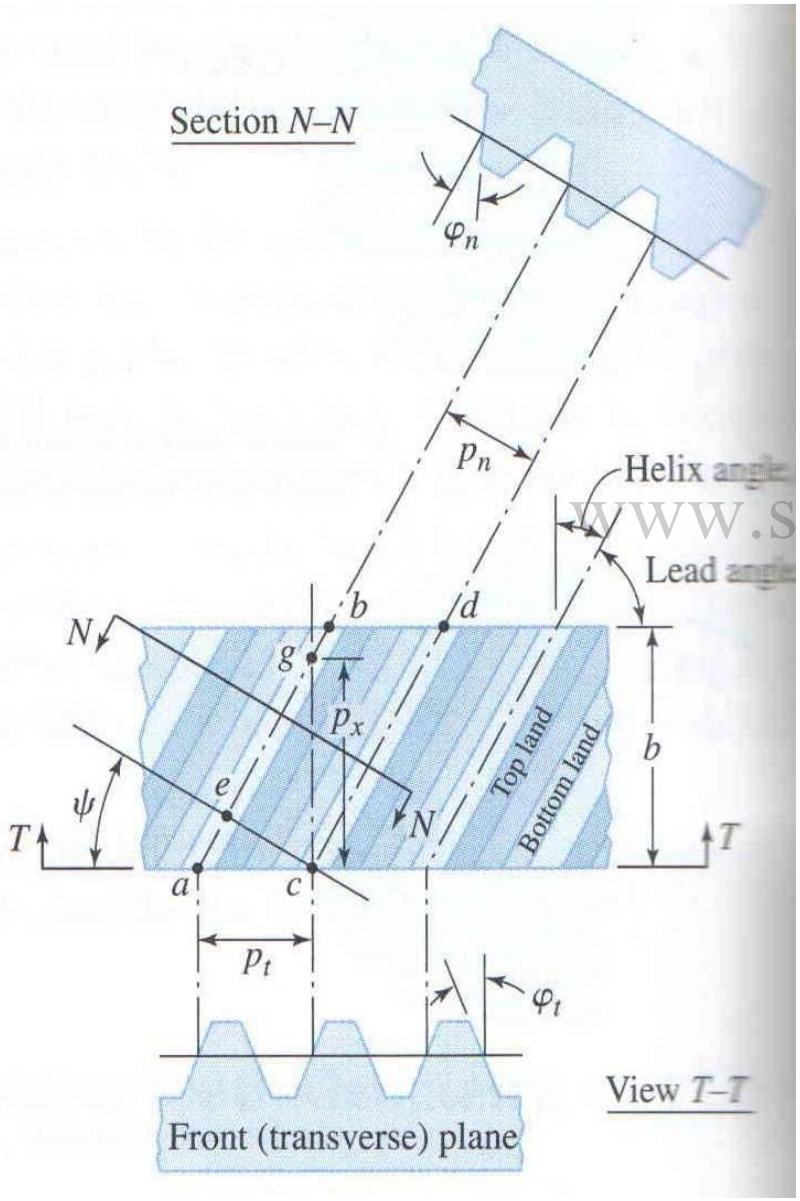
شکل دندانه مارپیچ

- دندانه‌ها با زاویه مارپیچ ψ دور یک استوانه می‌پیچند.
- شکل دندانه‌ها در هر دو صفحه عمود و مایل، منحنی اینوولوت است (با دوایر مبنای متفاوت با شعاع‌های متفاوت).
- طبق قرارداد، گام چرخ‌دنده‌های مارپیچ در **صفحه‌ی مایل** تعریف می‌شود.
- ارتفاع سر دندانه و پای دندانه نیز در صفحه‌ی مایل تعریف می‌شود.



www.sepantakalaco.ir

انواع گام‌های چرخ‌دنده‌های مارپیچ



www.sepantakalaco.ir

- گام چرخ‌دنده مارپیچ (گام مایل):

$$p_t = p_c = \frac{\pi d}{N}$$

- گام عمودی (گام در صفحه عمودی) : فاصله یک نقطه روی یک دندانه تا نقطه نظیر روی دندانه بعدی در صفحه عمودی (روی دایره گام)

$$p_n = p_t \cos\psi$$

- گام محوری (گام در امتداد محور چرخ‌دنده) : فاصله یک نقطه روی یک دندانه تا نقطه نظیر روی دندانه بعدی در امتداد محور چرخ‌دنده

$$p_x = \frac{p_t}{\tan\psi} = \frac{p_n}{\sin\psi}$$

- ارتباط زاویه فشار در صفحات عمودی و مایل :

$$\tan\varphi_t = \tan\varphi = \frac{\tan\varphi_n}{\cos\psi}$$

اندازه‌های استاندارد دندانه‌ها

- اندازه‌های استاندارد دندانه‌های مارپیچ مانند چرخ‌دنده‌های ساده است، با این تفاوت که **زاویه فشار عمودی و مدول عمودی (یا گام قطری عمودی)** استاندارد هستند:
  - زوایای فشار عمودی استاندارد : $\varphi_n = 20^o$, $22\frac{1}{2}{}^o$, 25^o
  - مدول عمودی استاندارد مانند مدول‌های استاندارد چرخ‌دنده ساده
  - گام قطری عمودی استاندارد مانند گام‌های قطری استاندارد چرخ‌دنده‌های ساده
  - ابزار برشی یکسانی برای زدن چرخ‌دنده‌های ساده و مارپیچ استفاده می‌شود (برای چرخ‌دنده‌های ساده $\varphi_n = \varphi_t$).
- دیگر ابعاد استاندارد چرخ‌دنده‌های مارپیچ :

www.sepantakalaco.ir

TABLE 15.17 Standard Proportions for AGMA Full-Depth Helical Gear Teeth (U.S. units)

	Coarse Pitch ($P_n < 20$)	Fine Pitch ($P_n \geq 20$)
Addendum	$1.000/P_n$	$1.000/P_n$
Dedendum	$1.250/P_n$	$(1.200/P_n) + 0.002$ (min)
Whole depth	$2.250/P_n$	$(2.200/P_n) + 0.002$ (min)
Working depth	$2.000/P_n$	$2.000/P_n$
Clearance (basic)	$0.250/P_n$	$(0.200/P_n) + 0.002$ (min)
Clearance (shaved or ground teeth)	$0.350/P_n$	$(0.350/P_n) + 0.002$ (min)
Circular tooth thickness	$1.571/P_n$	$1.571/P_n$

رابطه مدول و گام قطری عمودی و مایل

- ارتباط بین گام‌های عمودی و مایل:

$$p_n = p_t \cos\psi$$

- ارتباط بین گام‌های قطری عمودی و مایل:

$$P_n = \frac{\pi}{p_n} = \frac{\pi}{p_t}\frac{1}{\cos\psi} = \frac{P_t}{\cos\psi} = \frac{P_d}{\cos\psi}$$

www.sepantakalaco.ir

- ارتباط بین مدول‌های عمودی و مایل:

$$m_n = \frac{25.4}{P_n} = \frac{25.4}{P_t / \cos\psi} = m_t \cos\psi$$

نسبت تماس‌های چرخ‌دنده‌های مارپیچ

- نسبت تماس (Contact ratio) دندانه‌ها در صفحه‌ی مایل، مانند حالت چرخ‌دنده ساده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$m_p = \frac{Z}{p_b}$$

- برای این‌که، مارپیچ شدن دندانه‌ها تاثیر خود را در درگیری تدریجی دندانه‌ها داشته باشد، عرض چرخ‌دنده باید به قدر کافی بزرگ باشد:

$$b \geq \left[2p_x = \frac{2p_t}{\tan\psi} = \frac{2p_n}{\sin\psi} \right]$$

www.sepantakalaco.ir

- نسبت تماس عرضی (Face contact ratio) چرخ‌دنده‌های مارپیچ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$m_f = \frac{b}{p_x} = \frac{bP_n \sin\psi}{\pi}$$

- نسبت m_f باید بزرگتر از ۲ باشد.
- افزایش m_f با افزایش زاویه مارپیچ
- زاویه مارپیچ معمولاً بین ۱۰ تا ۳۵
- زاویه مارپیچ‌های بزرگتر: نیروهای محوری بزرگتر

تعداد دندانه‌های معادل برای چرخ‌دنده‌های مارپیچ

- علاوه برعملکرد نرم‌تر چرخ‌دنده‌های مارپیچ، ضخامت دندانه در صفحه مایل بیشتر از چرخ‌دنده ساده با همان زاویه فشار استاندارد است:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos\psi} \Rightarrow t_t = \frac{t_n}{\cos\psi}$$

- اگر چرخ‌دنده را در صفحه عمودی برش بزنیم، یک بیضی بدست می‌آید که شعاع انحنا آن در محل تماس، بزرگتر از شعاع نامی در صفحه مایل است (شعاع دایره گام مجازی):

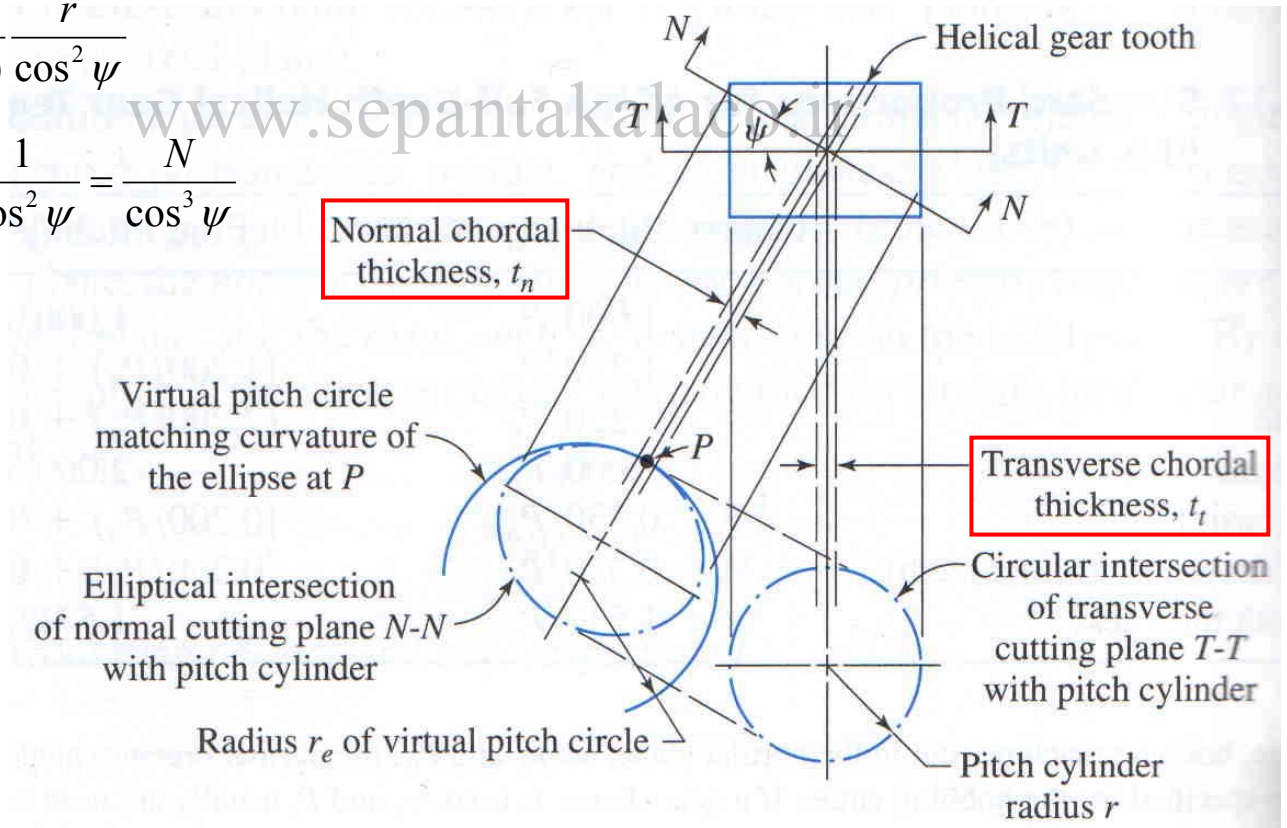
$$r_e = \frac{r}{\cos^2\psi}$$

- تعداد دندانه معادل برای دایره گام مجازی :

$$N_e = \frac{2\pi r_e}{p_n} = \frac{2\pi}{(\pi d_n / N)}\frac{r}{\cos^2\psi}$$

$$= \frac{\pi d}{(\pi d\cos\psi / N)}\frac{1}{\cos^2\psi} = \frac{N}{\cos^3\psi}$$

www.sepantakaraco.ir



محاسبه فاکتور لوییس برای چرخ‌دنده‌های مارپیچ

- اگر بخواهیم از رابطه تنش خمشی لوییس استفاده کنیم، در محاسبه فاکتور لوییس (Y)، باید تعداد دندانه‌های مجازی N_e (تعداد دندانه‌های معادل) را در نظر بگیریم.

$$\sigma_b = \frac{F_t P_d}{bY}$$

TABLE 15.5 Values for Lewis Form Factor *Y* for 20° Full-Depth Involute Teeth

Number of Teeth	*Y*	Number of Teeth	*Y*
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Rack	0.485

www.sepantakalaco.ir

- مشاهده می‌شود که استفاده از دندانه‌های مارپیچ باعث کاهش تنش خمشی دندانه می‌شود.

محاسبه ضریب هندسی AGMA برای چرخ‌دنده‌های مارپیچ

- در محاسبه فاکتور هندسی رابطه تنش خمشی AGMA، از نمودارهای زیر استفاده می‌شود.

$$\sigma_b = \frac{F_t P_t}{bJ} K_a K_v K_m K_I$$

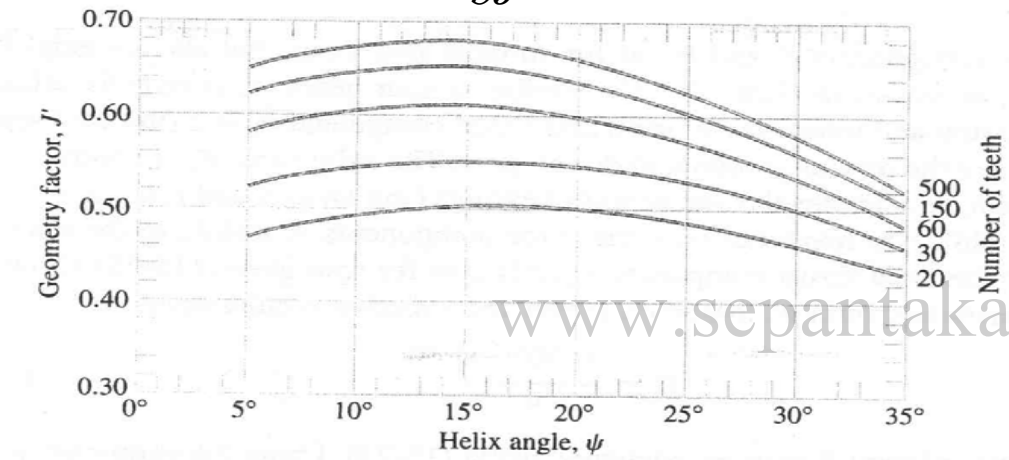


Figure 15.37
AGMA geometry factor J' (for tooth bending) for standard (equal) addendum helical gears with $\varphi_n = 20°$, meshing with a 75 tooth gear. For mating gears with other than 75 teeth, multiply modifying factor M_J times J' to obtain geometry factor J (see Figure 15.38). (From ref. 22. Adapted from ANSI/AGMA Standard 6021-G89, with the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.)

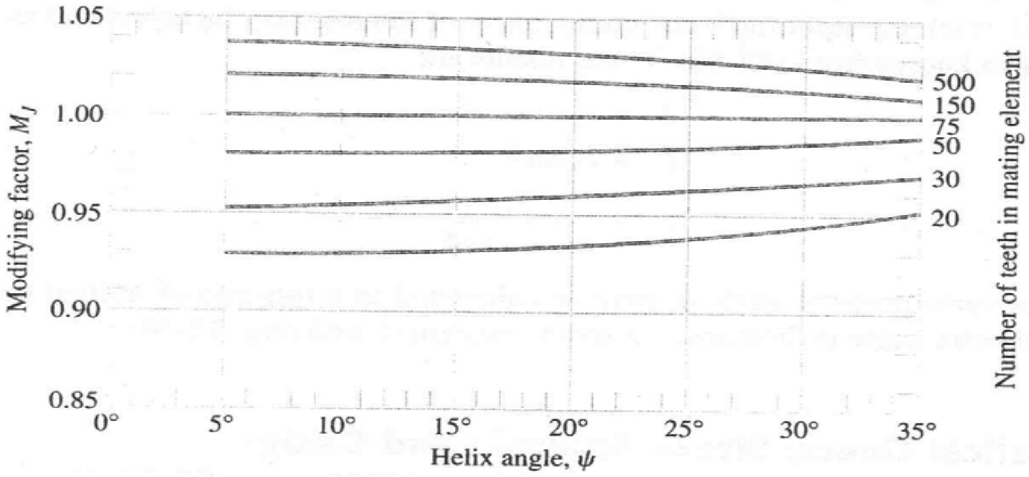
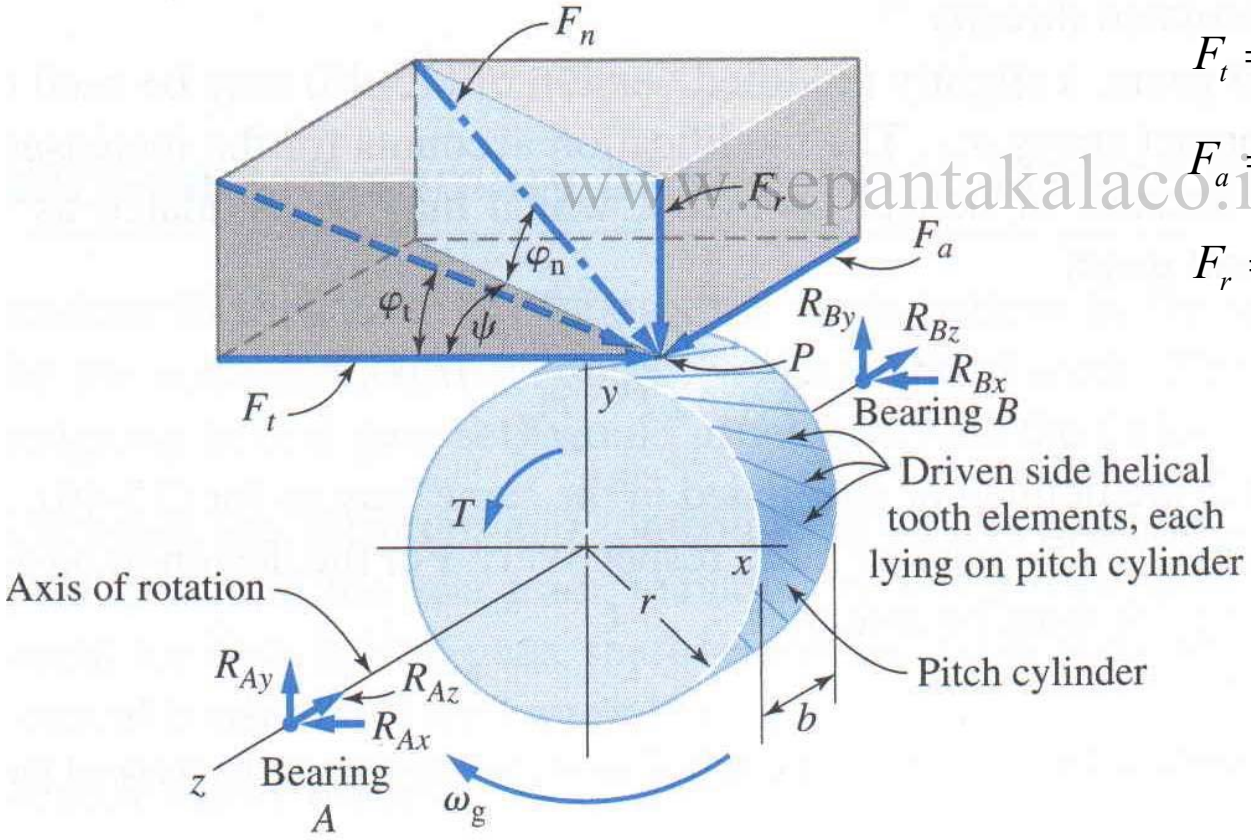


Figure 15.38
Modifying factor M_J to be multiplied times geometry factor J' (see Figure 15.37) when mating helical gear ($\varphi_n = 20°$) has other than 75 teeth. (From ref. 22. (Adapted from ANSI/AGMA Standard 6021-G89, with the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.)

www.sepantakaco.ir

بررسی نیرویی چرخ‌دنده‌های مارپیچ

- نیروی رد و بدل شده بین دو دندانه در جهت عمود بر دندانه‌هاست. (F_n)
- این نیرو در سه جهت مماسی (tangential)، شعاعی (radial) و محوری (axial) مولفه دارد.
- در این نوع چرخ دنده، یاتاقان ها باید نیروی محوری هم تحمل کنند (معمولاً یکی از دو یاتاقان).



$$F_t = F_n \cos\varphi_n \cos\psi$$

$$F_a = F_n \cos\varphi_n \sin\psi$$

$$F_r = F_t \sin\varphi_n$$

www.pantakalaco.ir

محاسبه نیروهای عمل کننده از روی توان و سرعت چرخ‌دنده

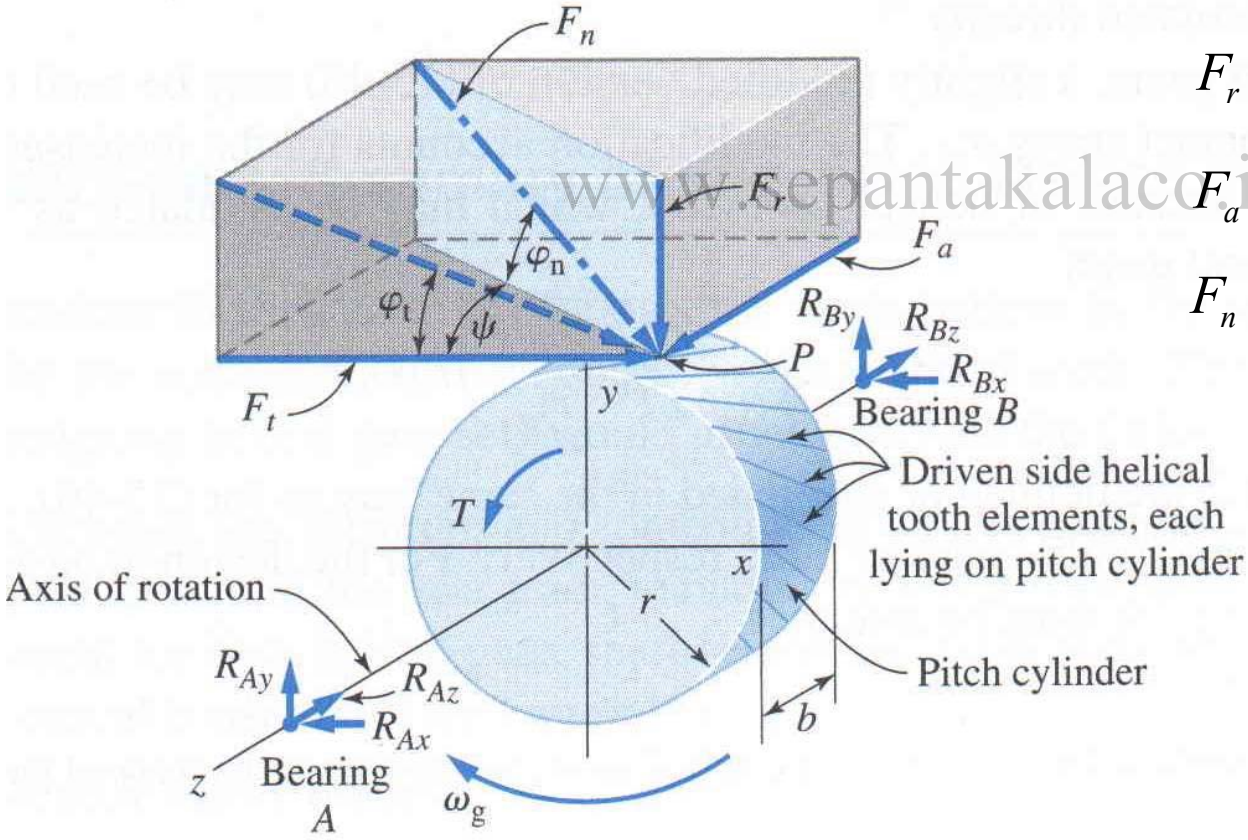
- نیروی‌های منتقل شده(Transmitted load) که همان نیروی مماسی است، مانند قبل، از روی توان منتقل شده توسط چرخ‌دنده و سرعت دورانی آن محاسبه می‌شوند :

$$F_t = \frac{33000\,(hp)}{V}$$

$$F_r = F_t \tan\varphi_t$$

$$F_a = F_t \tan\psi$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos\varphi_n \cos\psi}$$



www.pantakalaco.ir

روابط تنش AGMA برای چرخ‌دنده‌های مارپیچ

- **رابطه تنش خمشی** مانند رابطه تنش برای چرخ‌دنده‌های ساده است با این تفاوت که :
  - ضریب هندسی J از نمودارهای جدید (شکل‌های 15.37 , 15.38) محاسبه می‌شود.
  - گام قطری مایل P_t به جای گام قطری P_d استفاده می‌شود.
  - کلیه ضرایب دیگر از همان جداول چرخ‌دنده ساده بدست می‌آید.

$$\sigma_b = \frac{F_t P_t}{bJ} K_a K_v K_m K_I$$

- **رابطه تنش سطحی**، به علت افزایش طول تماسی دندانه‌ها به مقدار $m_p(b/\cos\psi)$ ، به صورت زیر در می‌آید:

www.sepantakalaco.ir

$$\sigma_{sf} = C_p \sqrt{\frac{F_t}{b d_p I}\left(\frac{\cos\psi}{m_p}\right)} K_a K_v K_m$$

- نسبت تماس دو دندانه:

$$m_p = \frac{Z}{p_b}$$

- ضریب هندسی I بر اساس $\varphi = \varphi_t$ محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{2}\frac{m_G}{m_G + 1}$$

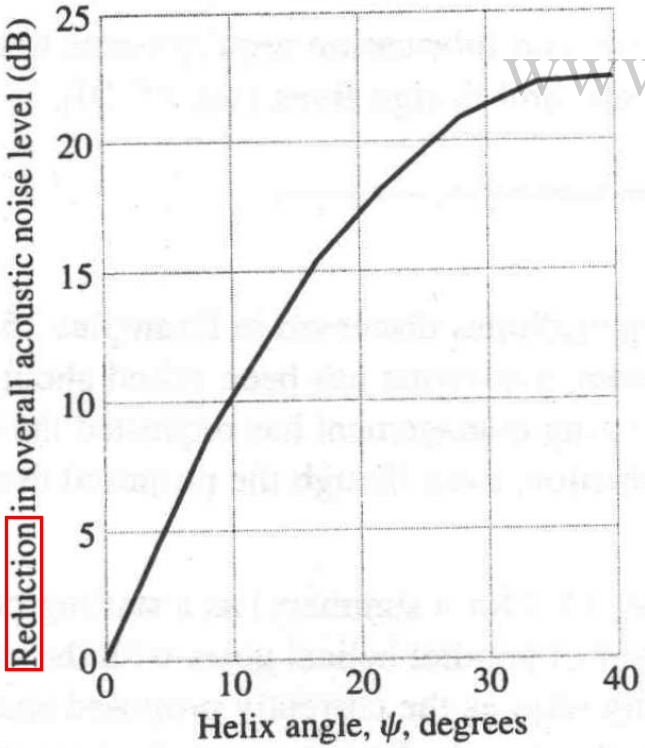
- بقیه ضرایب از همان جداول چرخ‌دنده‌های ساده بدست می‌آید.

- **استحکام خستگی** خمشی و سطحی چرخ‌دنده‌ها، از جنس‌های مختلف و با عملیات حرارتی مختلف، از همان جدول قبلی محاسبه می‌شود.

روند طراحی چرخ‌دنده‌های مارپیچ

- همان روند طراحی چرخ‌دنده‌های ساده را می توان به کار برد، با تفاوت هایی به علت وجود زاویه مارپیچ.
- در انتخاب زاویه مارپیچ، نکات زیر باید رعایت شود:
  - زوایای مارپیچ بزرگتر،باعث افزایش نسبت تماس عرضی (m_f) چرخ دنده می شود. شرط $m_f = (b/p_x) > 2$ باید رعایت شود.
  - زوایای مارپیچ بزرگتر، باعث افزایش نیروی محوری می شوند و باید یاتاقان های مناسب برای تحمل نیروی محوری استفاده شود.
  - بیشترین استحکام دندانه: زوایای مارپیچ ۱۰° تا ۲۰°.
  - زوایای مارپیچ بزرگتر(تا حدود ۳۵درجه):

    باعث عملکرد آرام تر چرخ دنده ها می شوند:



www.sepantakalaco.ir