

## تحلیل تنش و طراحی چرخ دنده های ساده

- دو مود اصلی ناکارایی چرخ دنده ها:
  - خستگی دندانه زیر بار خمشی (Bending fatigue)
  - خستگی سطح دندانه (Surface fatigue)
- مراحل بررسی چرخ دنده ها (مانند خیلی دیگر از اجزاء مکانیکی):
  - محاسبه تنش بر اساس روابط تئوری
  - برآورد استحکام جنس مورد استفاده در مود ناکارایی مورد بررسی
  - مقایسه تنش و استحکام با در نظر گرفتن ضریب اطمینان یا قابلیت اعتماد مورد نظر
- در برآورد تنش های چرخ دنده ها، روابط بدست آمده از تئوری های مقاومت مصالح، با تعدادی ضریب اصلاح (modifying factor) که مبتنی بر تجربه اند، تصحیح می شوند.
  - ضریب اصلاح احتساب عوامل زیر در طراحی به کار می روند:
    - تفاوت در ساخت چرخ دنده ها
    - تغییرات در استحکام چرخ دنده ها
    - تغییرات شرایط کاری
    - دقت های ابعادی و نصب قطعات

## بررسی تئوری خمش دندانه (روش ساده شده)

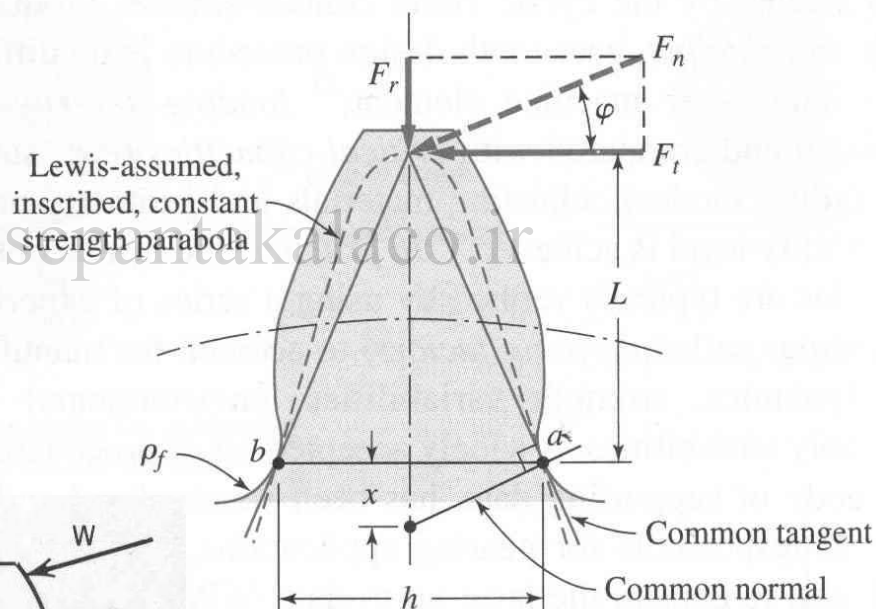
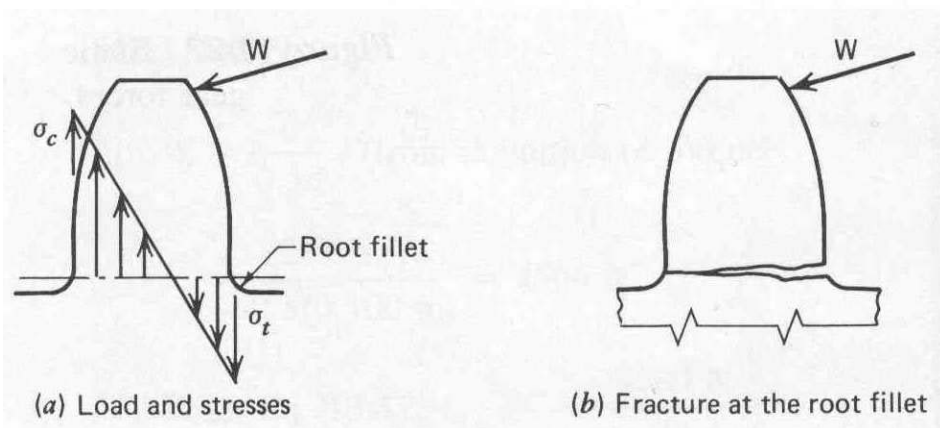
– مدلسازی یک دندانه به صورت تیر یکسر درگیر (Cantilever)

– محاسبه تنش خمشی:

$$\sigma_b = \frac{Mc}{I}$$

**Figure 15.23**

Cantilever bending model of an *assumed parabolic* spur gear tooth. Bending is produced by force  $F_n$  acting at the *apex* (tip) of the (Lewis) inscribed constant-strength parabola. The intersection of vector  $F_n$  with the tooth centerline defines the location of the apex.



## ضریب Lewis در تنش خمشی

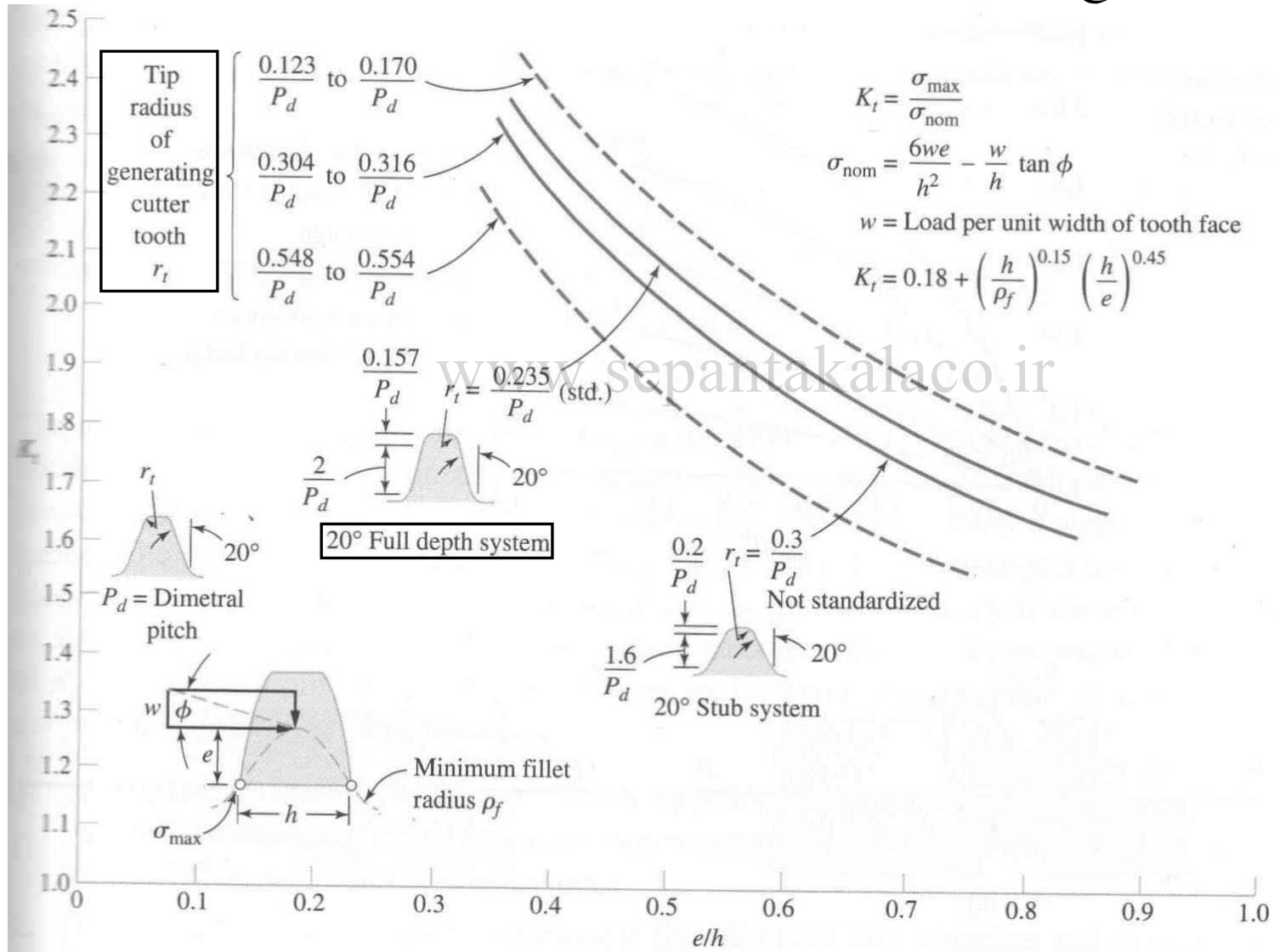
**TABLE 15.5 Values for Lewis Form Factor  $Y$  for 20° Full-Depth Involute Teeth**

Number of Teeth	$Y$	Number of Teeth	$Y$
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Rack	0.485

<sup>51</sup>Stress concentration was unknown at the time of the Lewis development for nominal stress at the root fillet.

## ضریب تمرکز تنش در پای دندانه

— حدود شعاع ماهیچه در پای دندانه:  $0.35/P_d$  یا  $m/3$



## رابطه تنش خمشی AGMA (روش اصلاح شده ((Refined))

$$\sigma_b = \frac{F_t P_d}{bY} \quad \text{— رابطه Lewis:}$$

$$\sigma_b = \frac{F_t P_d}{bJ} K_a K_v K_m K_I \quad \text{— رابطه AGMA:}$$

$K_a$  = application factor (see Table 15.6)

$K_m$  = mounting factor (see Table 15.7)

$K_v$  = dynamic factor (see Figure 15.24)

$K_I$  = idler factor = 1.42 for idler teeth with *two-way* bending; = 1.0 for gear teeth with *one-way* bending.

$J$  = geometry factor (see Tables 15.8 and 15.9)

$P_d$  = diametral pitch

$b$  = face width

$F_t$  = tangential load

## ضریب هندسی (Geometry factor)

- ضریب هندسی اثر عوامل زیر را با هم به حساب می آورد:
  - ضریب Lewis (هندسه دندانه، تابعی از تعداد دندانه)
  - ضریب تمرکز تنش در خمش
  - تقسیم بار بین چند دندانه در محل تماس (Load-sharing)
  
- چرخ دنده ها با دقت ساخت معمولی: فرض می شود یک دندانه در سر دندانه بار را تحمل می کند.
- چرخ دنده ها با دقت ساخت بالا: فرض می شود همه بار بر سر دندانه اعمال نمی شود و دندانه های مجاور هم بخشی از بار را تحمل می کنند.

**TABLE 15.8 AGMA Geometry Factor  $J$  for Bending of  $20^\circ$  Full-Depth Involute Teeth Under Tip Loading**  
(used for lower precision gearing)

Gear Teeth	Pinion Teeth															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P <sup>1</sup>	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U <sup>2</sup>	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.24	0.24								
26	U	U	U	U	U	U	0.24	0.25	0.25	0.25						
35	U	U	U	U	U	U	0.24	0.26	0.25	0.26	0.26	0.26				
55	U	U	U	U	U	U	0.24	0.28	0.25	0.28	0.26	0.28	0.28	0.28		
135	U	U	U	U	U	U	0.24	0.29	0.25	0.29	0.26	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29

**TABLE 15.9 AGMA Geometry Factor  $J$  for Bending of  $20^\circ$  Full-Depth Involute Teeth Under HPSTC<sup>1</sup> Loading**  
(used for higher-precision gearing)

Gear Teeth	Pinion Teeth															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P <sup>2</sup>	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U <sup>3</sup>	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.33	0.33								
26	U	U	U	U	U	U	0.33	0.35	0.35	0.35						
35	U	U	U	U	U	U	0.34	0.37	0.36	0.38	0.39	0.39				
55	U	U	U	U	U	U	0.34	0.40	0.37	0.41	0.40	0.42	0.43	0.43		
135	U	U	U	U	U	U	0.35	0.43	0.38	0.44	0.41	0.45	0.45	0.47	0.49	

<sup>1</sup>Highest Point of Single Tooth Contact. See discussion under "Mesh Interactions" in 15.6.

<sup>2</sup>P = pinion; G = gear.

<sup>3</sup>U indicates a combination that produces undercutting.

## ضرایب اصلاح (Modifying factors)

– ضریب کاربرد (Application factor):

- برای احتساب ماهیت ضربه ای ماشین هایی که چرخ دنده حرکت را بین آنها منتقل می کند.

**TABLE 15.6 Application Factor,  $K_a$**

Prime Mover Characteristic	Driven Machine Characteristic		
	Uniform	Moderate Shock	Heavy Shock
Uniform (e.g., electric motor, turbine)	1.00	1.25	1.75 or higher
Light shock (e.g., multicylinder engine)	1.25	1.50	2.00 or higher
Medium shock (e.g., single-cylinder engine)	1.50	1.75	2.25 or higher



## ضریب نصب (Mounting factor)

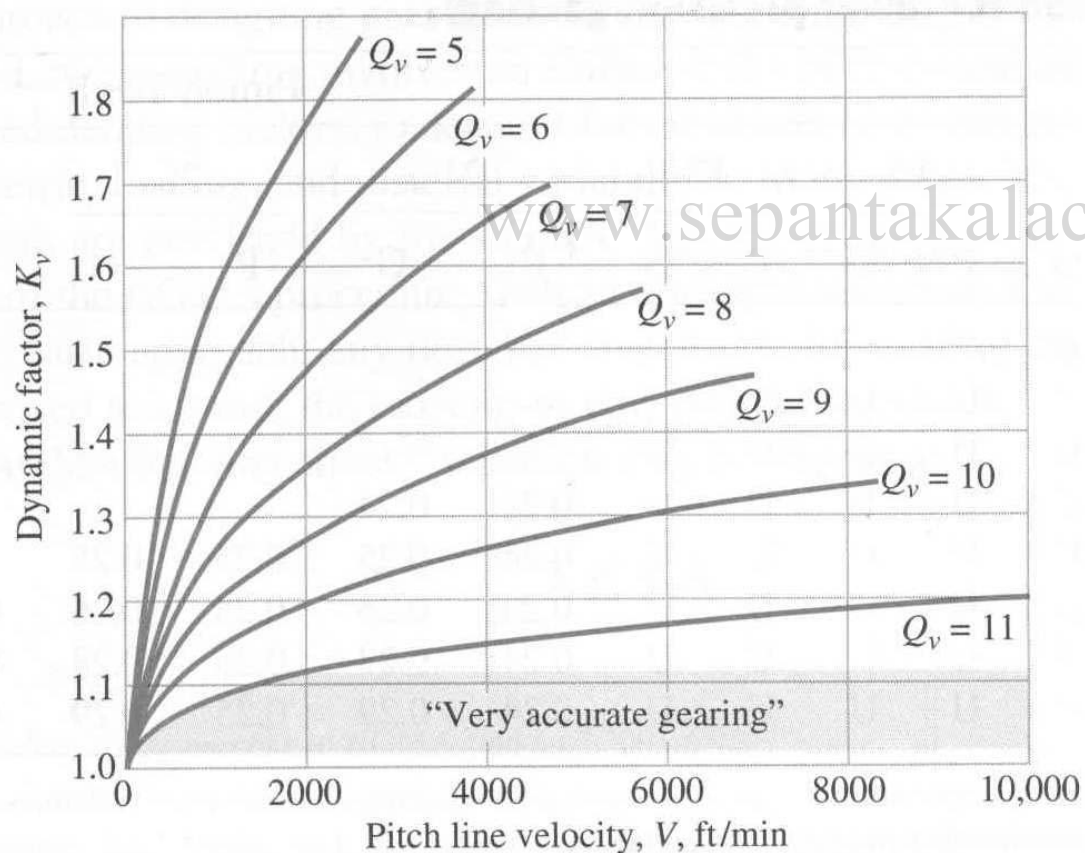
- برای احتساب نحوه توزیع نیرو در عرض چرخ دنده
- غیر یکنواختی تماس در عرض چرخ دنده به علت:
  - خطای ساخت چرخ دنده
  - لقی های یاتاقان ها
  - دقت نصب چرخ دنده و محور آن
  - تغییر شکل های تکیه گاه ها

**TABLE 15.7 Mounting Factor,  $K_m$**

Support Properties and Gear Quality	Face Width, in			
	0 to 2	6	9	$\geq 16$
Accurate mountings, small bearing clearances, minimum deflections, precision gears	1.3	1.4	1.5	1.8
Less rigid mountings, more bearing clearance, less accurate gears, contact across full face	1.6	1.7	1.8	2.2
Combinations of mounting properties and gearing precision that produce less than full face contact	2.2 or higher			

## ضرب دینامیکی (Dynamic factor)

- برای احتساب بارهای دینامیکی ناشی از دوران چرخ دنده
- مقدار این ضرب بستگی به عوامل زیر دارد:
  - میزان دقت در ایجاد منحنی دندانه ها (کیفیت ساخت)
  - مقدار لقی پس زنی (backlash) بین دندانه ها
  - سرعت دوران

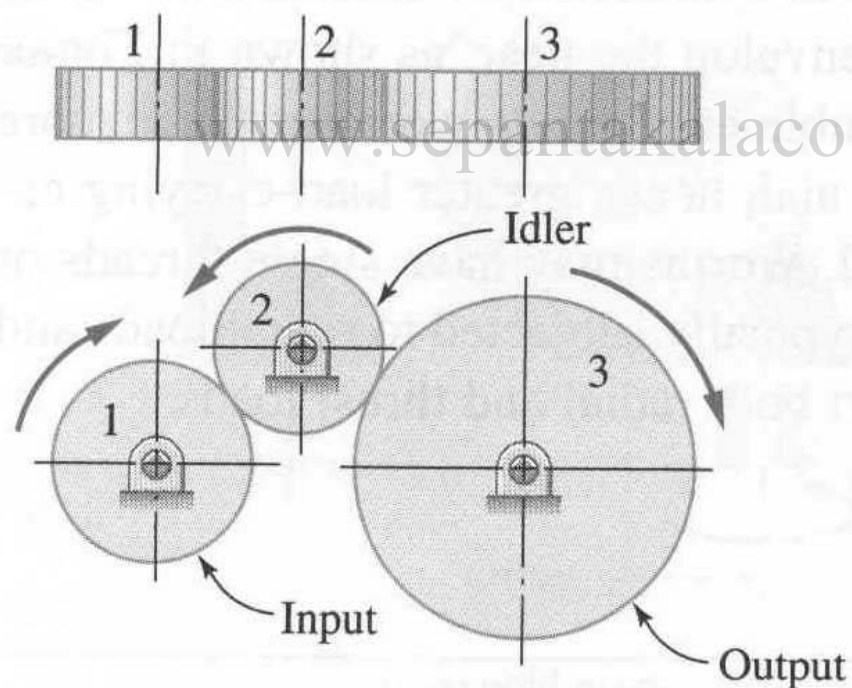


## ضریب هرزگرد (Idler factor)

– اگر چرخ دنده به صورت هرزگزد باشد، در هر دور، هر دو طرف دندانه تحت بار قرار می‌گیرد و زودتر به خستگی می‌رسد:

• برای هرزگرد:  $K_I = 1.42$

• بارگذاری در یک طرف دندانه:  $K_I = 1.0$



(a) Simple gear train.