مشخصات هندسی دندانه ها

- گام دایره ای (Circular pitch):
  - فاصله یک نقطه روی یک دندانه تا نقطه نظیر روی دندانه بعدی، روی دایره گام
  - با تقسیم محیط دایره گام بر تعداد دندانه ها، گام دایره ای محاسبه می شود:

$$p_c = \frac{\pi d}{N} = \frac{2\pi r}{N}$$

- گام مبنا (Base pitch):
  - اگر محیط دایره مبنا را بر تعداد دندانه ها تقسیم کنیم، گام مبنا محاسبه می شود:

www.sepantakalace.ir

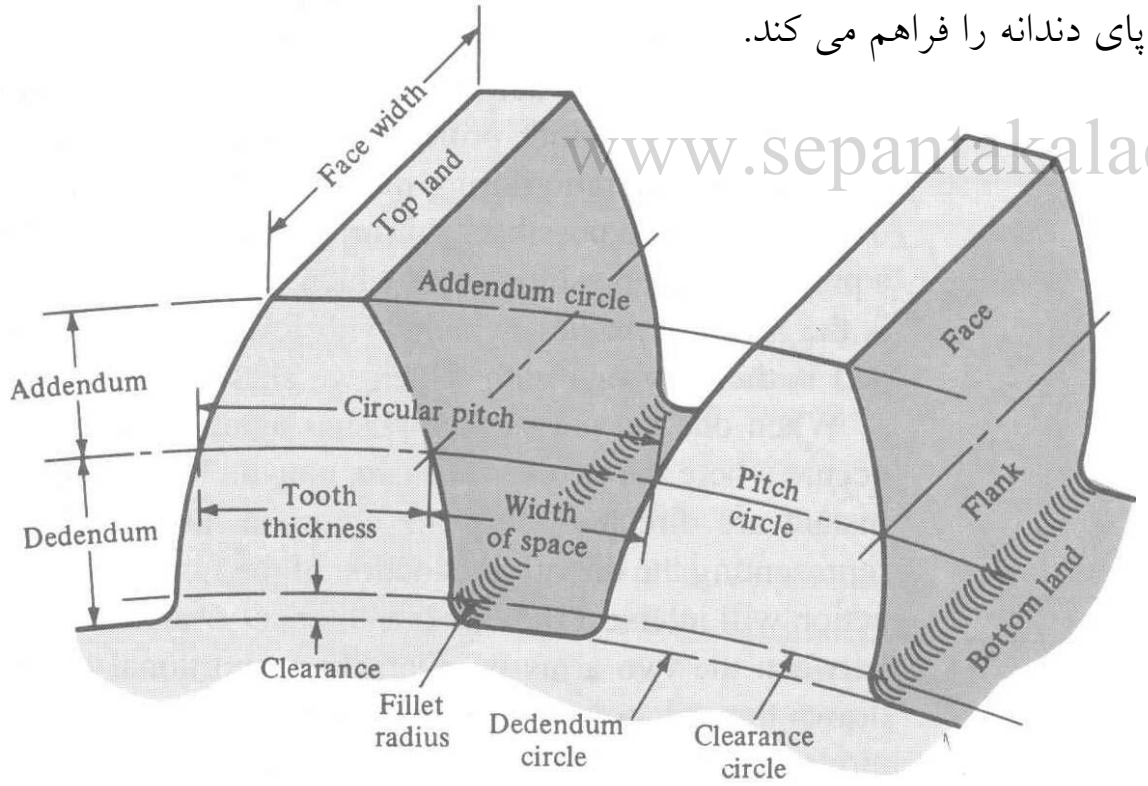
$$p_b = \frac{2\pi r_b}{N} = p_c \cos\varphi,\ r_b = r\cos\varphi$$

- در طول یک گام، نصف گام توسط یک دندانه پر می شود و نصف آن فضای خالی برای دندانه چرخ دنده درگیر (mating) است.

لقی های بین دندانه ها

- لقی روی دایره گام یا پس زنی (backlash):
  - معمولاً ضخامت دندانه درگیر قدری از فضای دندانه کوچکتر است. این لقی را مقدار پس زنی چرخ دنده می گویند. این لقی برای امکان حرکت راحت دندانه ها پیش بینی شده است.
- لقی شعاعی (Clearance):
  - لقی بین پای یک دندانه و سر دندانه در گیر با آن.
  - امکان ایجاد ماهیچه در پای دندانه را فراهم می کند.

www.sepantakalaco.ir



بیان اندازه دندانه

- در سیستم متریک با مدول دندانه (Module):

$$m = \frac{d}{N} \ (mm)$$

- در سیستم اینچی با گام قطری دندانه (Diametral pitch):

$$P_d = \frac{N}{d} \ (teeth/in)$$

www.sepantakalaco.ir

- بنابرین روابط زیر حاکم است:
  - ارتباط مدول و گام قطری:

$$m = \frac{25.4}{P_d}$$

  - ارتباط گام دایره ای و مدول:

$$p_c = \frac{\pi d}{N} = \pi m \approx 3m$$

  - ارتباط گام دایره ای و گام قطری:

$$p_c P_d = \left(\frac{\pi d}{N}\right)\left(\frac{N}{d}\right) = \pi$$

  - فاصله بین مراکز دو چرخ دنده:

$$C = r_1 + r_2 = \frac{mN_1}{2} + \frac{mN_2}{2} = \frac{m}{2}(N_1 + N_2)$$

سیستم های استاندارد دندانه ها

- استاندارد دندانه ها با **زاویه فشار** و **مدول (یا گام قطری برای سیستم اینچی)** مشخص می شود.
- همچنین، گاهی دندانه های کوتاه (stub) استاندارد برای جلوگیری از تداخل دندانه ها استفاده می شود.

TOOTH SYSTEM	PRESSURE ANGLE ϕ, deg	ADDENDUM a	DEDENDUM b
Full depth	20	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$ $1.35/P_d$ or $1.35m$
	$22\frac{1}{2}$	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$ $1.35/P_d$ or $1.35m$
	25	$1/P_d$ or $1m$	$1.25/P_d$ or $1.25m$ $1.35/P_d$ or $1.35m$
Stub	20	$0.8/P_d$ or $0.8m$	$1/P_d$ or $1m$

www.sepantakalaco.ir

مشخصات هندسی استاندارد دندانه ها

- چرخ دنده های **اینچی** توسط مؤسسات زیر استانداردسازی شده اند و با هم هماهنگی دارند:
  - American Gear Manufacturers Association (AGMA)
  - British Standard Institute (BSI)
- چرخ دنده های **متریک** توسط مؤسسات زیر استانداردسازی شده اند و با هم هماهنگی دارند:
  - مؤسسه بین المللی استاندارد (ISO)
  - مؤسسه استاندارد آلمان (DIN)

TABLE 15.1 Standard Proportions for AGMA Full-Depth Gear Teeth[1] (inch system)

www.sepantakalaco.ir

	Coarse Pitch ($P_d < 20$)	Fine Pitch ($P_d \geq 20$)
Pressure angle	20°or 25°	20°
Addendum	$1.000/P_d$	$1.000/P_d$
Dedendum	$1.250/P_d$	$(1.200/P_d) + 0.002$ (min)
Whole depth	$2.250/P_d$	$(2.200/P_d) + 0.002$ (min)
Working depth	$2.000/P_d$	$2.000/P_d$
Clearance (basic)	$0.250/P_d$	$(0.200/P_d) + 0.002$ (min)
Clearance (shaved or ground teeth)	$0.350/P_d$	$(0.350/P_d) + 0.002$ (min)
Circular tooth thickness	$1.571/P_d$	$1.571/P_d$

6 اندازه دندانه

- برای دندانه های متریک:
  - اندازه دندانه با **مدول** مشخص می شود: هرچه مدول بزرگتر باشد، دندانه **بزرگتر** است.
  - ضخامت متوسط دندانه (تقریباً روی دایره گام) = نصف گام دایره ای = $1.5m$ ($(3m)\times(½)$)
- برای دندانه های اینچی:
  - اندازه دندانه با **گام قطری** مشخص می شود: هرچه گام قطری بزرگتر باشد، دندانه **کوچکتر** است.
- مدول ها و گام های قطری استاندارد:

TABLE 15.2 Commonly Used Tooth Sizes

www.sepantakalaco.ir

Diametral Pitch		Module			
		Preferred		Second Choice	
Coarse	Fine				
2	20	1	12	1.125	14
$2\frac{1}{4}$	24	1.25	16	1.375	18
$2\frac{1}{2}$	32	1.5	20	1.75	22
3	40	2	25	2.25	28
4	48	2.5	32	2.75	36
6	64	3	40	3.5	45
8	80	4	50	4.5	
10	96	5		5.5	
12	120	6		7	
16	150	8		9	
	200	10		11	

اندازه واقعی دندانه های اینچی

- اندازه واقعی دندانه های اینچی با گام های قطری مختلف در شکل زیر آمده است:

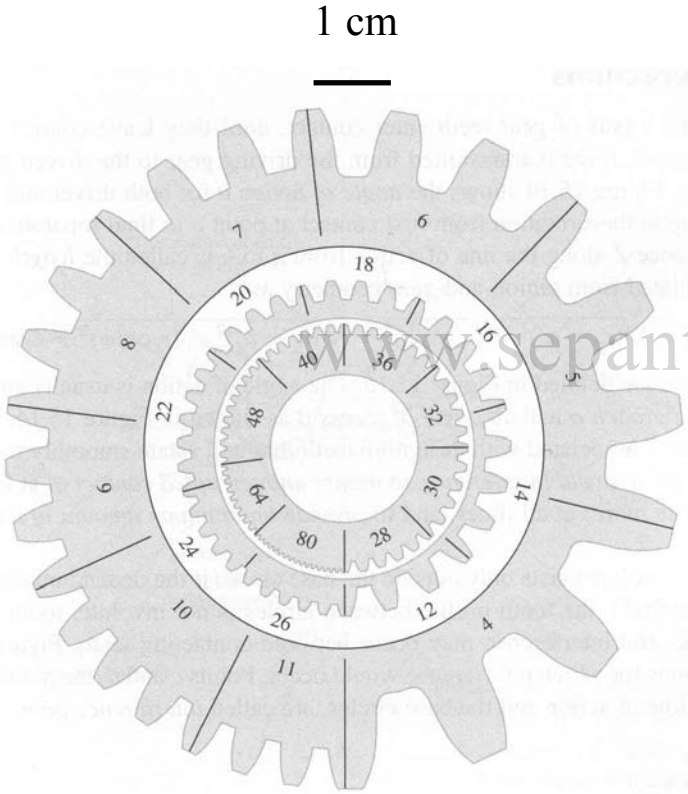


Figure 15.13
Approximate actual sizes of gear teeth with various standard diametral pitches. Generally, if $P_d \geq 20$, the gears are called *fine-pitch* gears; if $P_d < 20$ the gears are called *coarse-pitch* gears.

www.sepantakalaco.ir

دیگر مشخصات هندسی استاندارد دندانه ها

- شعاع ماهیچه در پای دندانه: $0.35/P_d$ یا $m/3$
- عرض یا رخ چرخ دنده (Face width):

$$9m \le b \le 14m$$

$$\frac{9}{P_d} \le b \le \frac{14}{P_d}$$

- تأثیر عرض دندانه:

www.sepantakalaco.ir

- عرض های زیاد: عدم یکنواختی نشست دو دندانه در عرض دندانه به علت شیب محور چرخ دنده یا ناهمراستایی دو چرخ دنده.
- عرض های کم: تمرکز تنش و بالا رفتن تنش های سطحی در محل تماس دو دندانه

مقادیر پیشنهادی برای پس زنی بین دندانه ها

- هنگام نصب چرخ دنده ها، باید قدری لقی پس زنی بین چرخ دنده ها جا گذاشت.
- معمولاً مقدار پس زنی با تنظیم فاصله بین محورها، تنظیم می شود.

TABLE 8–5 Recommended minimum backlash for coarse pitch gears

A. Diametral pitch system (backlash in inches)

	Center distance, C (in)				
P_d	2	4	8	16	32
18	0.005	0.006			
12	0.006	0.007	0.009		
8	0.007	0.008	0.010	0.014	
5		0.010	0.012	0.016	
3		0.014	0.016	0.020	0.028
2			0.021	0.025	0.033
1.25				0.034	0.042

B. Metric module system (backlash in millimeters)

	Center distance, C (mm)				
Module, m	50	100	200	400	800
1.5	0.13	0.16			
2	0.14	0.17	0.22		
3	0.18	0.20	0.25	0.35	
5		0.26	0.31	0.41	
8		0.35	0.40	0.50	0.70
12			0.52	0.62	0.82
18				0.80	1.00

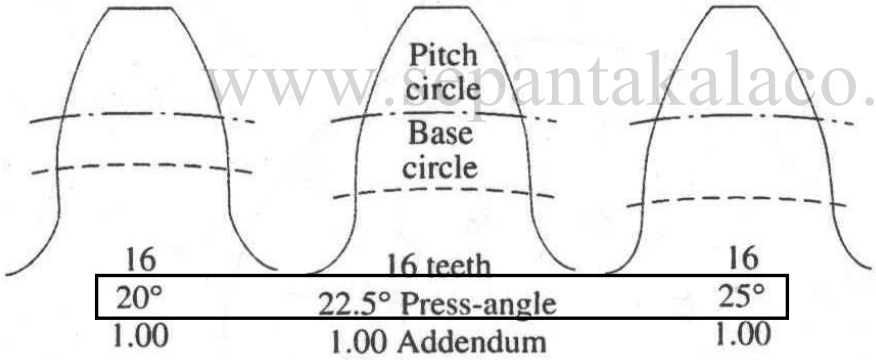
Source: Extracted from AGMA 2002-B88 Standard, *Tooth Thickness Specification and Measurement*, with permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.

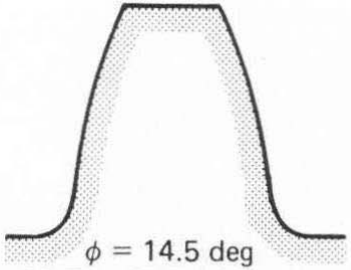
www.sepantabalaco.ir

تأثیر زاویه فشار روی شکل و عملکرد دندانه

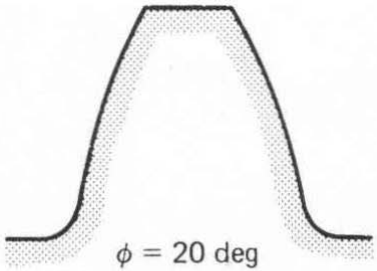
- افزایش زاویه فشار باعث می شود:
  - خمیدگی سر دندانه بیشتر شود (دندانه ها کمتر داخل هم گیر کنند).
  - شعاع دایره مبنا کوچکتر شود (باعث افزایش طول مماس مشترک دو دایره مبنا می شود).
  - افزایش استحکام خمشی دندانه (کاهش تمرکز تنش در پای دندانه)
  - افزایش سر و صدا موقع کارکردن (افزایش مقدار لغزش دندانه ها روی هم و نیز افزایش مؤلفه شعاعی نیروهای بین دو دندانه)

www.sepantakalaco.ir

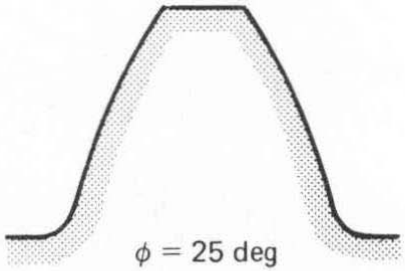




$\phi = 14.5$ deg
(*a*) Quiet, but relatively weak in bending



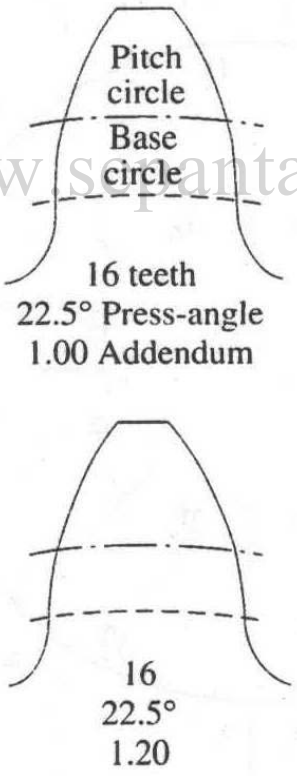
$\phi = 20$ deg
(*b*) Strong and quiet, best compromise



$\phi = 25$ deg
(*c*) Very strong in bending, but relatively noisy

11 تأثیر افزایش اندازه سر دندانه

- افزایش اندازه سر دندانه باعث می شود:
  - منحنی دندانه تا ارتفاع بیشتری ادامه یابد و سر دندانه نازک شود.
  - گاهی اندازه سر دندانه پنیون ها را بزرگتر می سازند تا بتوان تعداد دندانه کمتری را در پنیون داشت.

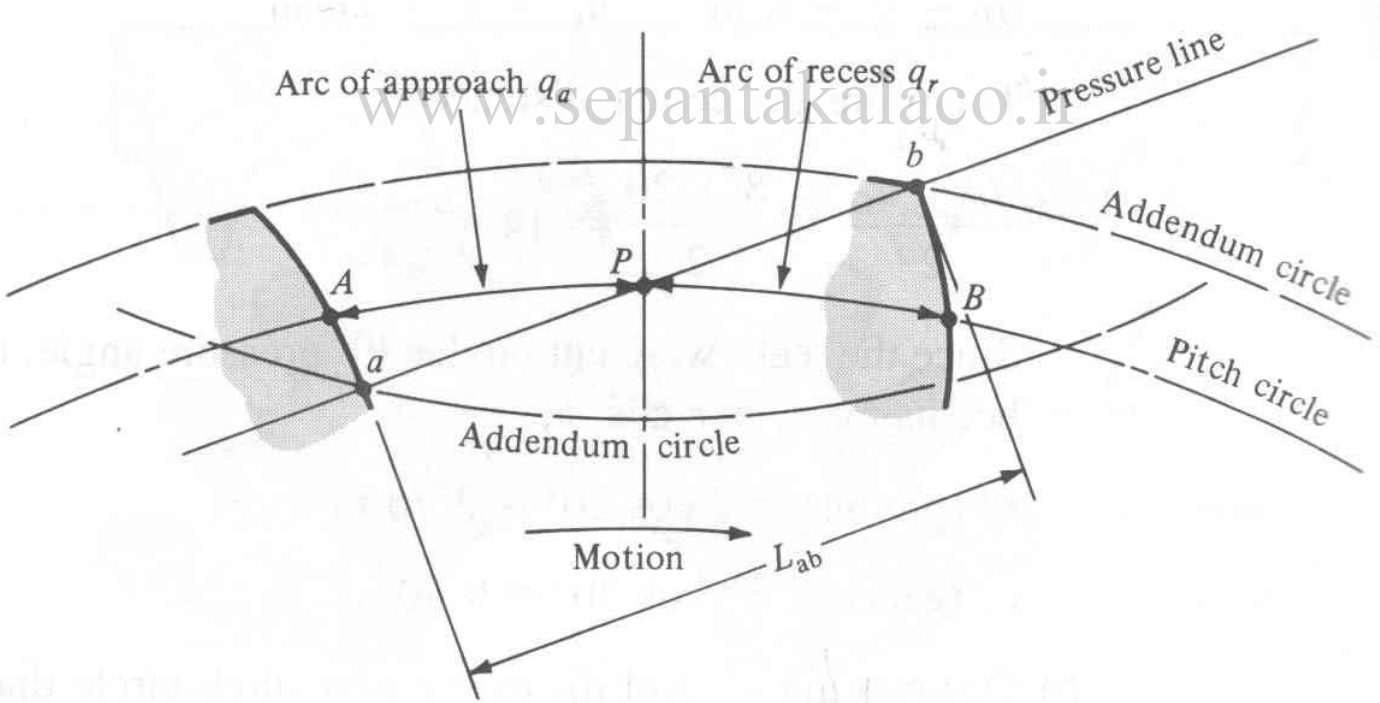


www.sepantakalaco.ir

تعامل دندانه ها (Teeth interaction)

- خط عمل (line of action): مماس مشترک دوایر مبنای دو دندانه اینولوت (عمود مشترک دو منحنی باز شدن نخ همواره در امتداد خط عمل است).
- طول عملکرد (Length of action): نقطه تماس دو دندانه در هنگام حرکت، در امتداد خط عمل جابجا می شود. طولی که این نقطه روی خط عمل می پیماید را طول عملکرد می نامند. (طول ab)

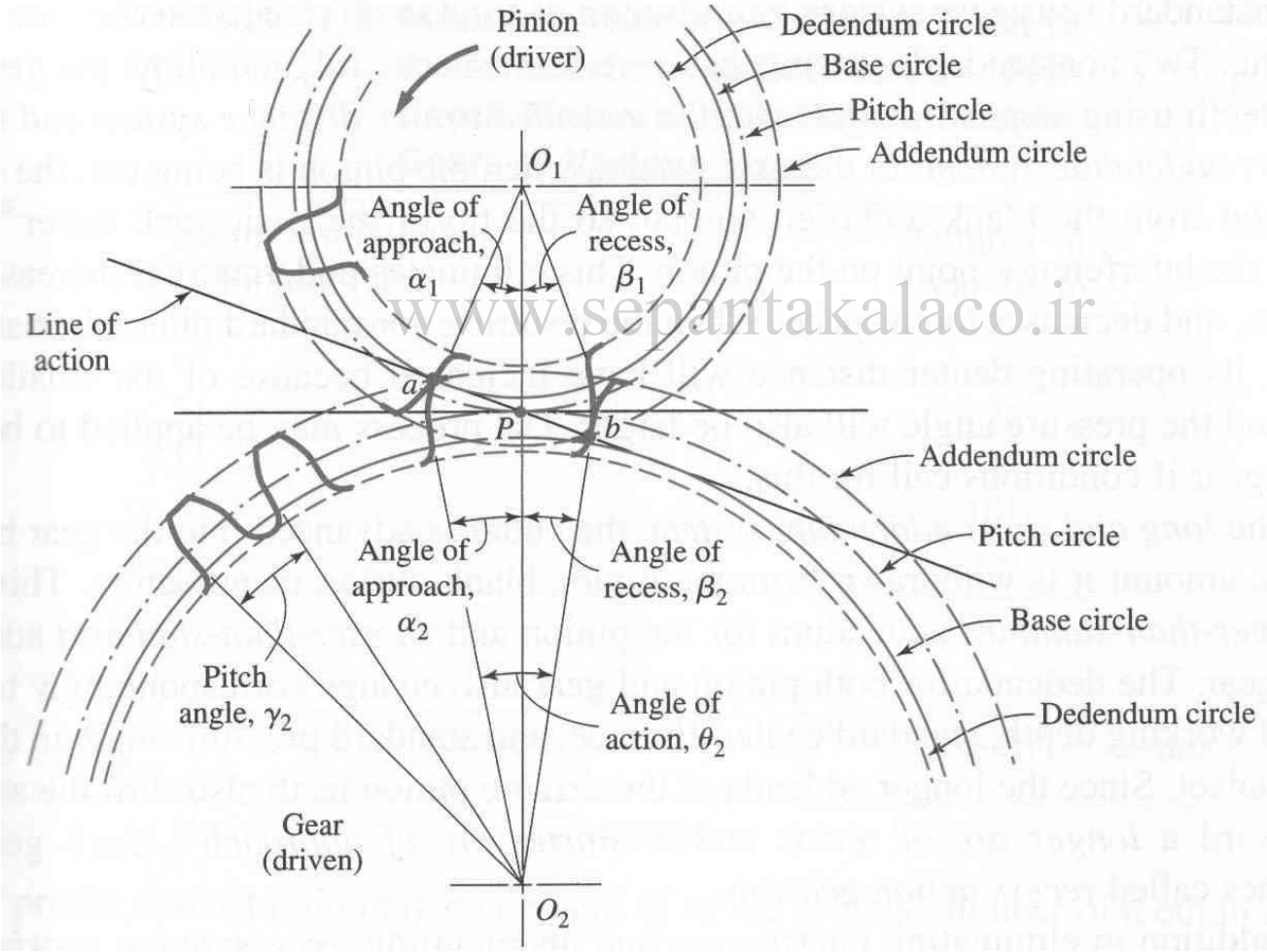
$$Z = L_{ab} = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos\varphi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos\varphi)^2} - C\sin\varphi$$



www.sepantakalaco.ir

تعامل دندانه ها (ادامه)

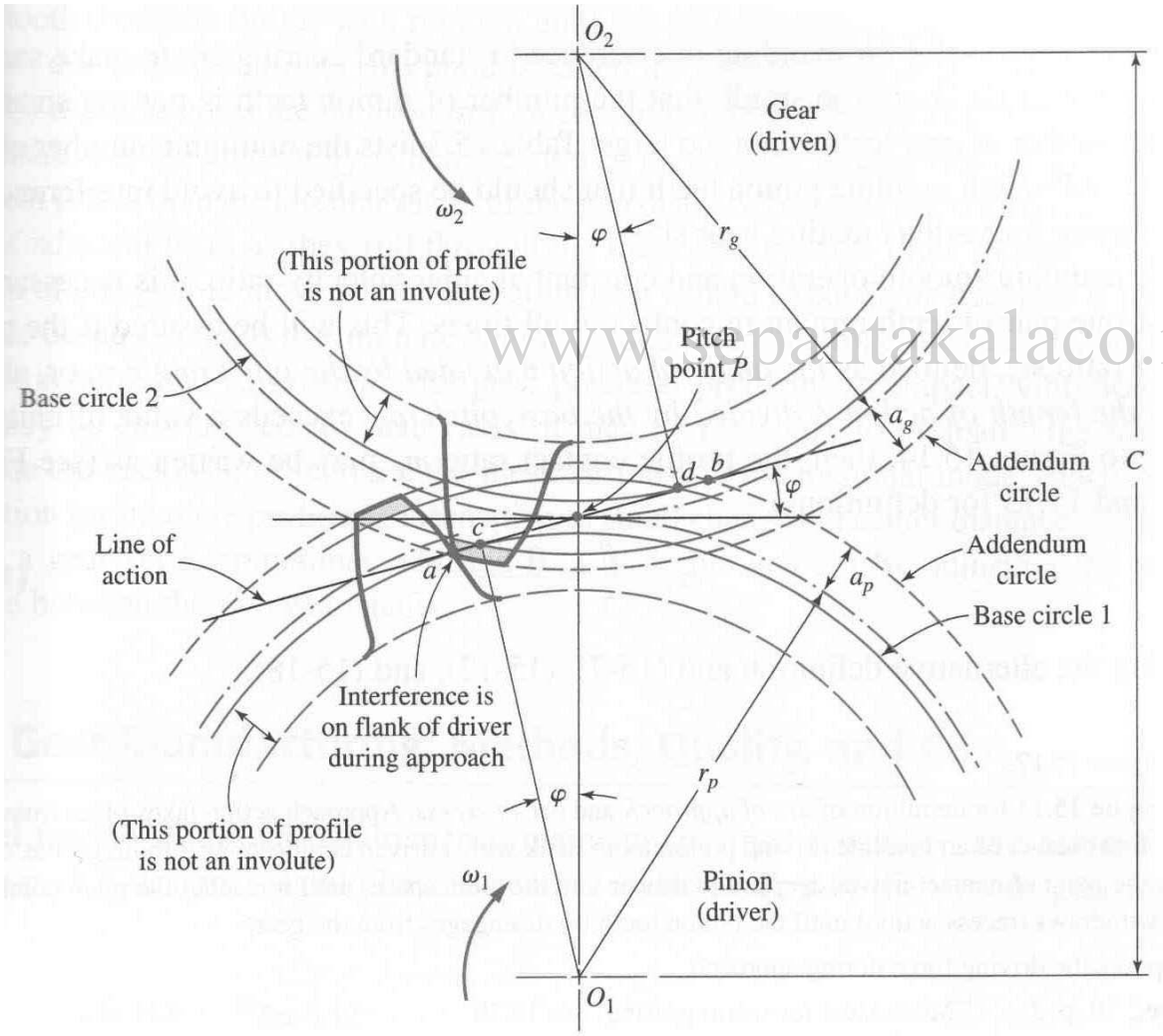
- نقاط a و b، نقاط آغاز و پایان درگیزی دو دندانه در امتداد خط عمل:

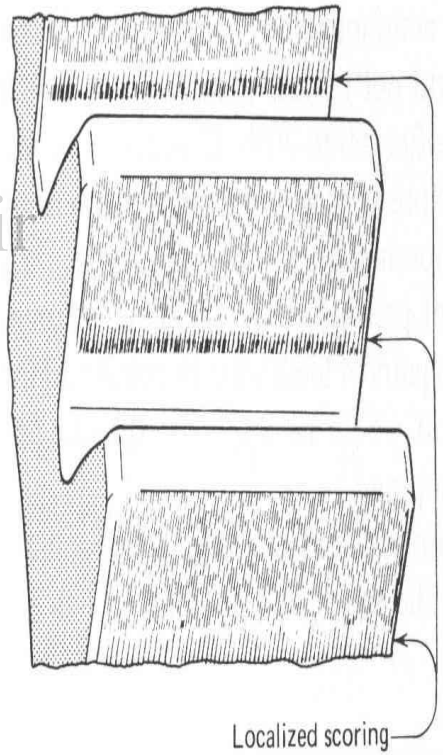


www.sepantakalaco.ir

تداخل دندانه ها (Teeth interference)

- اگر نقاط تماس دو دندانه، از نقاط باز شدن نخ از روی دوایر مبنا بگذرد (قطعات ac و db)، منحنی باز شدن نخ دیگر اعتبار ندارد و عملکرد مزدوج دو دندانه مختل می شود.
- در این حالت، دندانه ها اصطلاحاً دچار **تداخل** شده، روی هم ساییده شده و زود خراب می شوند.





www.pantakalaco.ir

15 شرایط ایجاد تداخل

– تداخل معمولاً هنگامی پیش می آید که:

- تعداد دندانه های پنیون کم باشد و دندانه های دو چرخ دنده داخل یکدیگر گیر کنند.
- هر دو دندانه بلند باشند.
- کمترین تعداد دندانه **پنیون** و بیشترین دندانه **چرخ دنده بزرگتر** برای جلو گیری از تداخل:

TABLE 15.3 Minimum Number of Pinion Teeth to Avoid Interference Between 20° Full-Depth Pinion and Mating Full-Depth Gears of Various Sizes

www.sepantakaraco.ir

Minimum Number of Pinion Teeth	Number of Gear Teeth
13	16
14	26
15	45
16	101
17	∞

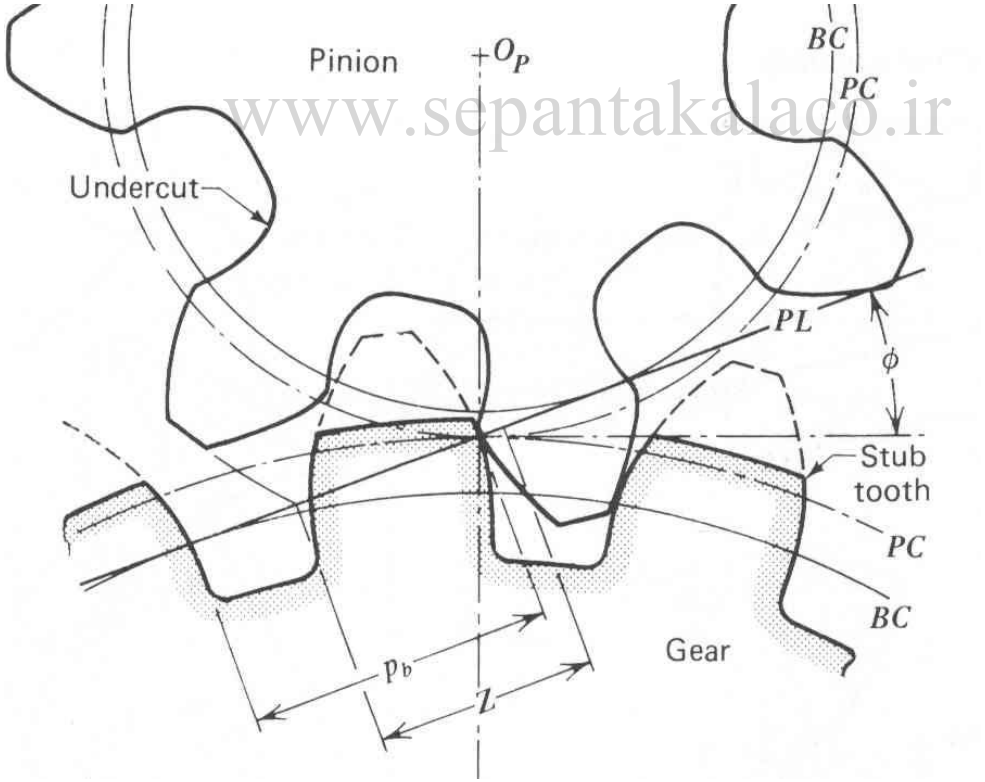
راه های پیشگیری از تداخل دندانه ها

۱. زیربرش دندانه ها (Undercutting):

- برداشتن پای دندانه پنیون برای جلوگیری از تماس آن با دندانه دیگر در شعاعی کمتر از دایره مبنای پنیون.

۲. استفاده از دندانه های کوتاه (Stub):

- کوتاه کردن دندانه برای جلوگیری از گیر کردن دندانه ها داخل یکدیگر.

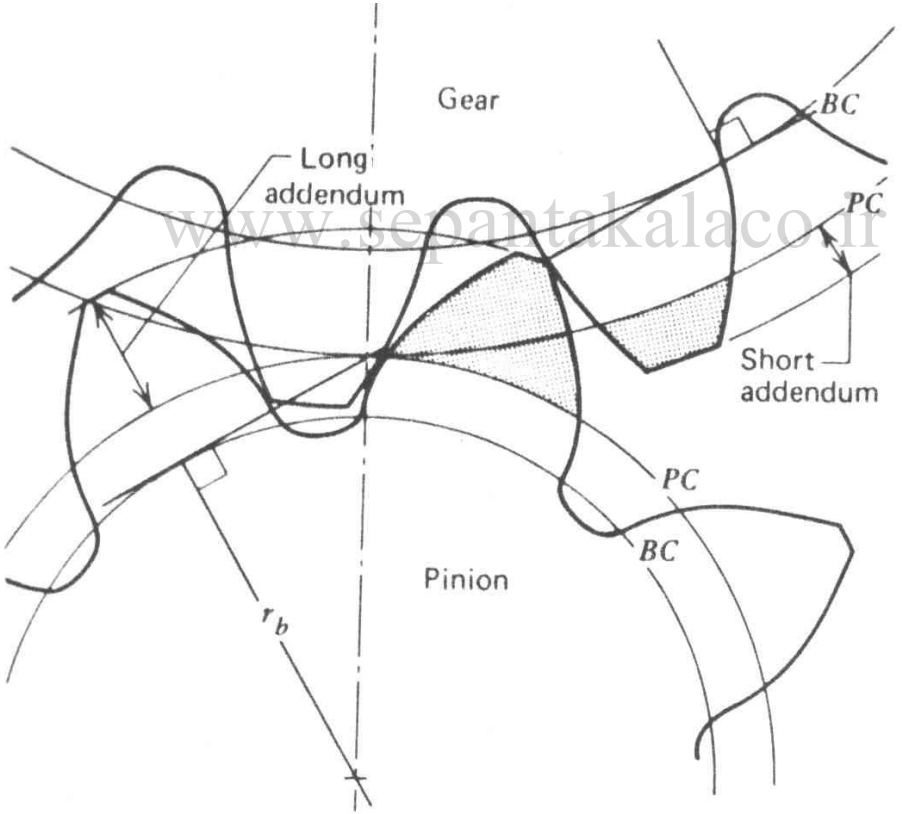


www.sepantakalaco.ir

راه های پیشگیری از تداخل دندانه ها (ادامه)

۳. استفاده از اندازه سر بلندتر برای پنیون و اندازه سر کوتاه تر برای چرخ دنده بزرگتر:

- امکان تماس دو دندانه در طول بیشتری روی خط عمل، بدون گیر کردن دندانه ها، به وجود می آید.
- در اصطلاح چرخ دنده سازی، به این کار، تغییر دندانه (Modification) می گویند.

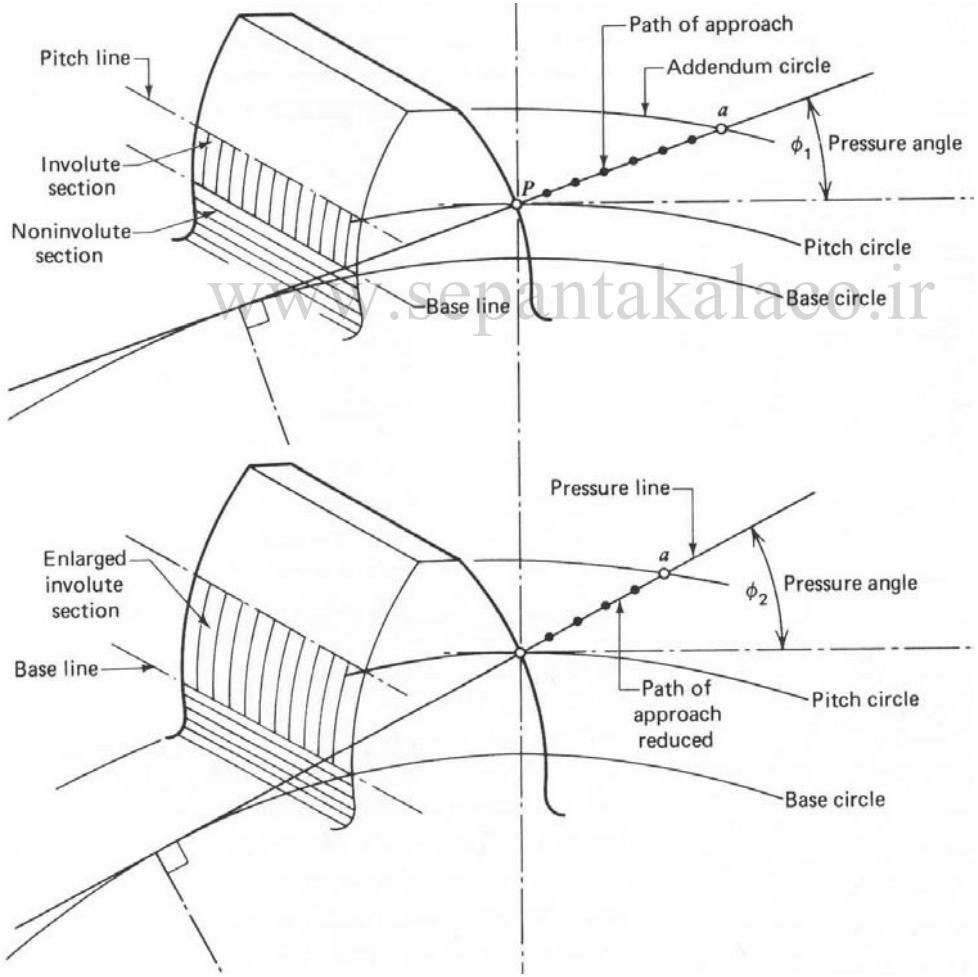


www.sepantakala.co.ir

راه های پیشگیری از تداخل دندانه ها (ادامه)

۴. افزایش زاویه فشار:

- باعث کاهش قطر دایره مبنا و افزایش طول خط عمل می شود.
- باعث افزایش طول کمان اینولوت دندانه می شود.



www.sepantakalaco.ir

راه های پیشگیری از تداخل دندانه ها (ادامه)

۵. مارپیچ کردن دندانه:

- باعث افزایش زاویه فشار دندانه در صفحه عمود بر محور چرخ دنده می شود.
- کمترین تعداد دندانه **پنیون** و بیشترین دندانه **چرخ دنده بزرگتر** برای جلو گیری از تداخل در چرخ دنده های مارپیچ:

NUMBER OF PINION TEETH, N_P	NUMBER OF GEAR TEETH, N_G — HELIX ANGLE ψ, deg						
	0	5	10	15	20	25	30
8							
9							12
10						12	26
11					13	23	93
12			12	16	24	57	∞
13	16	17	20	27	50		∞
14	26	27	34	53	207		
15	45	49	69	181	∞		
16	101	121	287	∞			
17	∞	∞	∞				

Source: R. Lipp, ''Avoiding Tooth Interference in Gears,'' *Machine Design*, vol. 54, no. 1, 1982, p. 122.

www.sepantakalaco.ir